The background features a blurred array of colorful beads in shades of blue, red, yellow, and green. Overlaid on the right side is a white hexagonal pattern that resembles a honeycomb or mathematical grid. A dark grey banner with a light blue triangle at its bottom-left corner is positioned on the left side of the slide.

Le calcul au cycle 2

Christophe DEMAGNY – Conseiller Pédagogique Lyon 8-2
Denis ROCHE – Référent Mathématiques Lyon 8-2



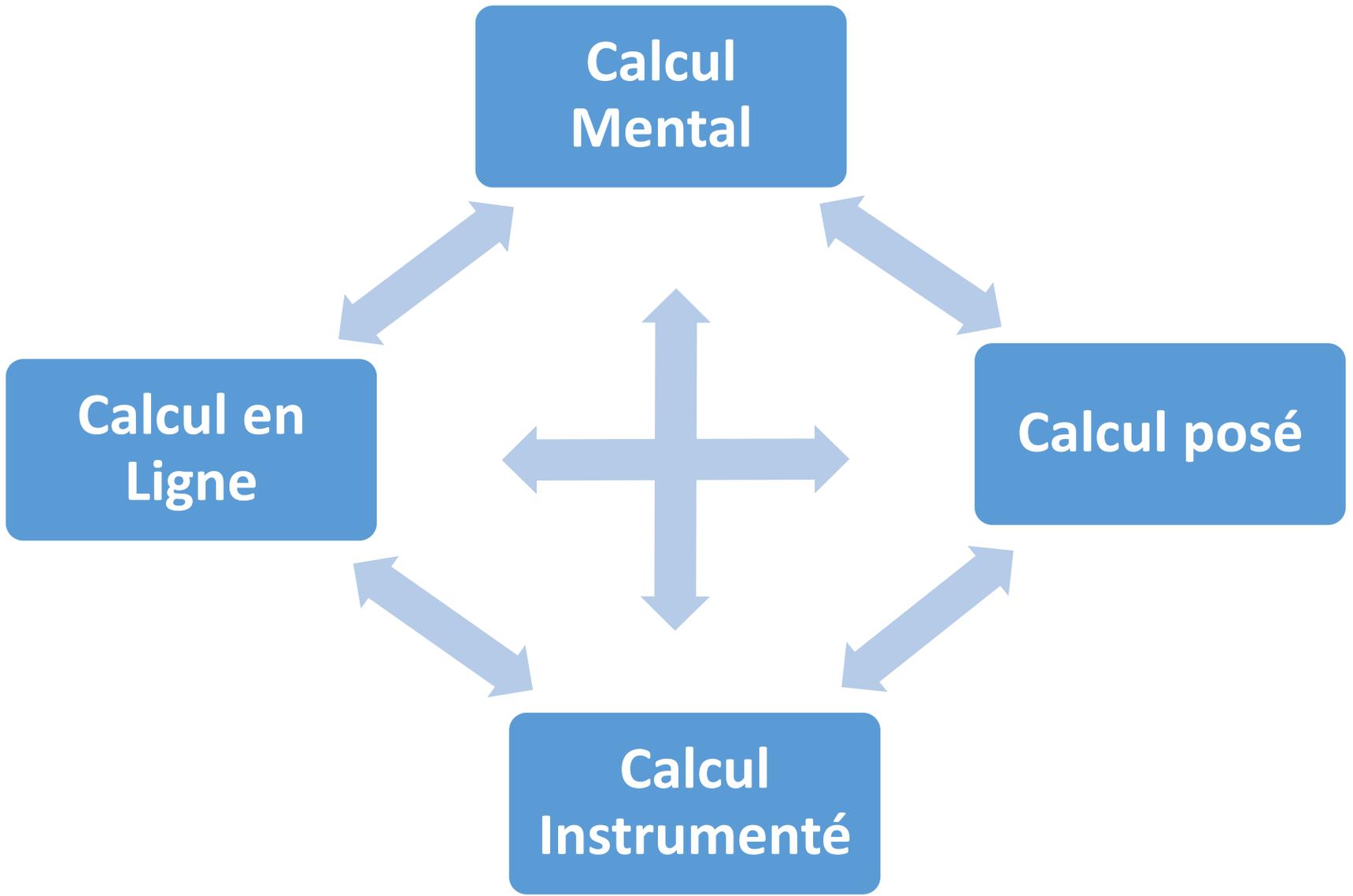
Déroulement

- ✓ Qu'est-ce que le calcul ?
- ✓ Retour sur la numération écrite chiffrée
- ✓ Conséquences sur le calcul
- ✓ Calcul en ligne et calcul mental
- ✓ Faits numériques
- ✓ Temps de travail par groupes



- ✓ Qu'est-ce que le calcul ?
- ✓ Retour sur la numération écrite chiffrée
- ✓ Conséquences sur le calcul
- ✓ Calcul en ligne et calcul mental
- ✓ Faits numériques
- ✓ Temps de travail par groupes





Les connaissances visées, en termes de capacités techniques et de procédures, ne peuvent s'acquérir, **notamment pour le calcul mental et le calcul en ligne**, qu'en y consacrant des **temps spécifiques quotidiens**, comprenant des **explicitations orales précises** et d'**institutionnalisations écrites** notées dans les cahiers des élèves.

CALCUL MENTAL

Le calcul mental est une modalité de calcul sans recours à l'écrit si ce n'est, éventuellement, pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève. Il n'est pas exclu non plus que la correction, elle, soit écrite pour être discutée de façon collective.

CALCUL EN LIGNE

Le calcul en ligne est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit. Il se distingue à la fois :

- du calcul mental, en donnant la possibilité à chaque élève, s'il en ressent le besoin, d'écrire des étapes de calcul intermédiaires qui seraient trop lourdes à garder en mémoire ;
- du calcul posé, dans le sens où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme, c'est-à-dire d'une succession d'étapes utilisées tout le temps dans le même ordre et de la même manière indépendamment des nombres en jeu.

Par exemple :

$$58 + 17 = 58 + 20 - 3 = 78 - 3 = 75, \text{ ou } 12 \times 62 = 620 + 124 = 744.$$

CALCUL POSE

Le calcul posé est une modalité de calcul écrit consistant à l'application d'un algorithme opératoire.

CALCUL INSTRUMENTE

Le calcul instrumenté est un calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, ou logiciels (abaque, boulier, calculatrice, etc...).

- ✓ Qu'est-ce que le calcul ?
- ✓ **Retour sur la numération écrite chiffrée**
- ✓ Conséquences sur le calcul
- ✓ Calcul en ligne et calcul mental
- ✓ Faits numériques
- ✓ Temps de travail par groupes

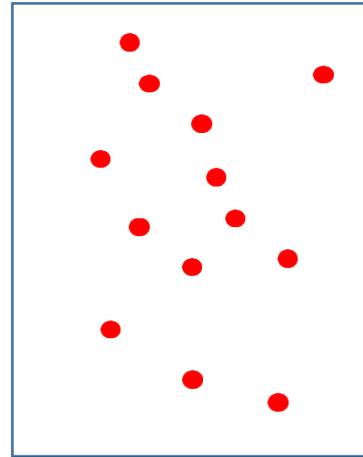
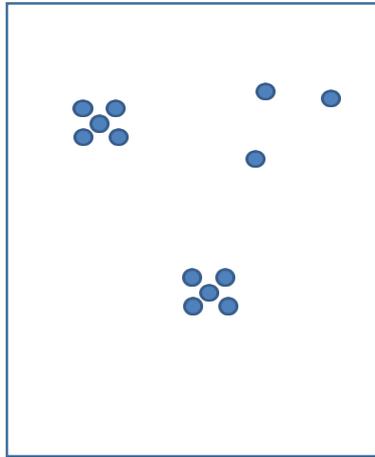


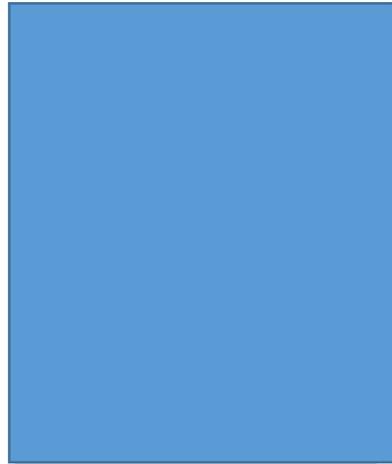
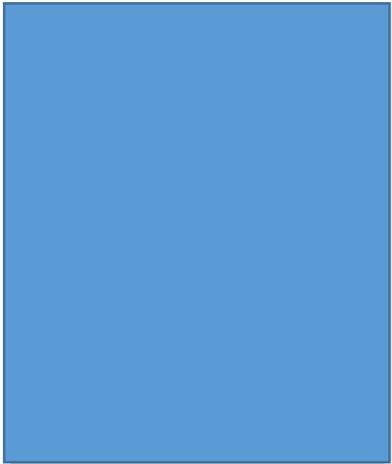
La numération écrite chiffrée :

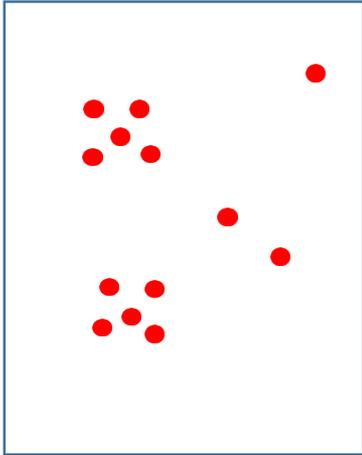
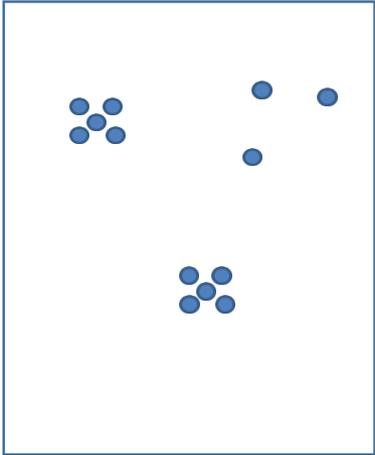
La construire et non décrypter des écritures déjà là.

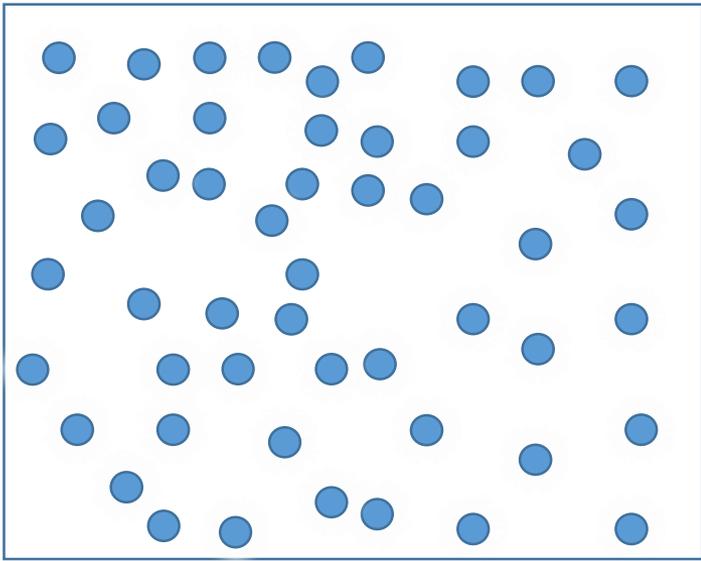
Comparer rapidement le cardinal de 2 collections d'objets.

→ La solution passe par l'organisation en groupes identiques.

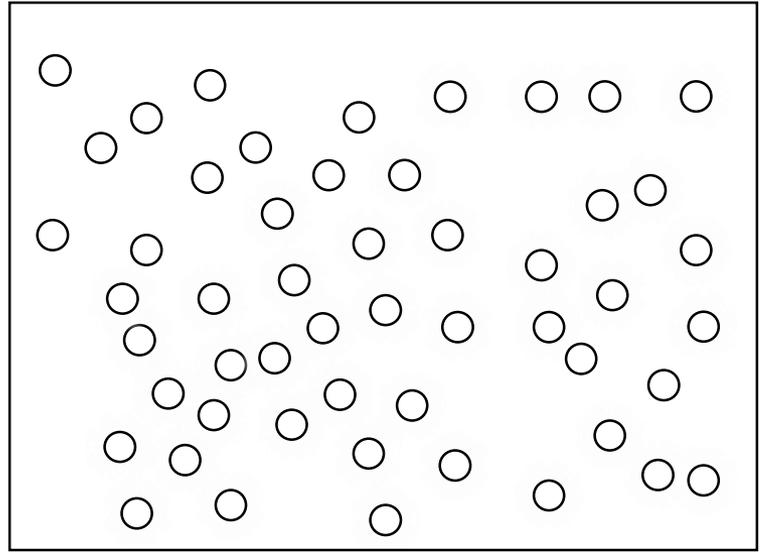








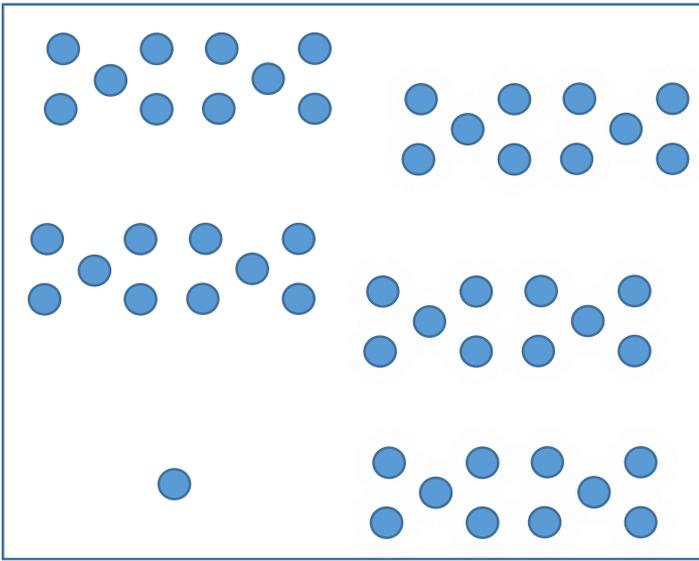
C
O
M
P
A
R
E
R



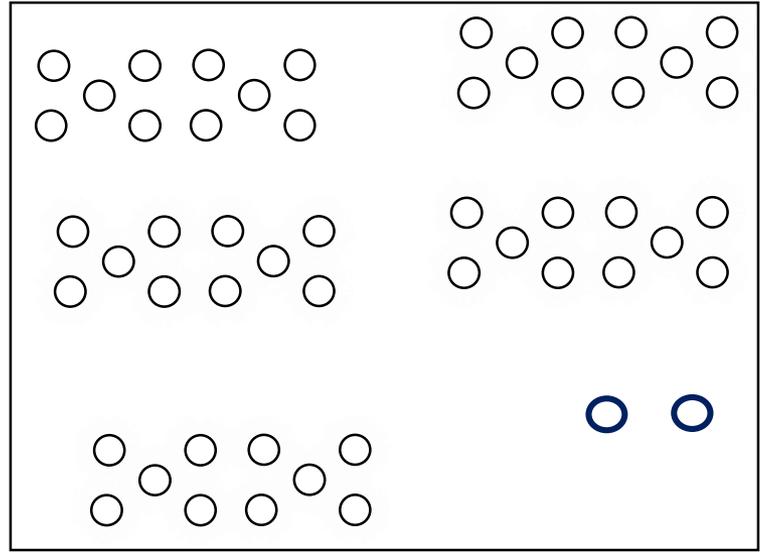


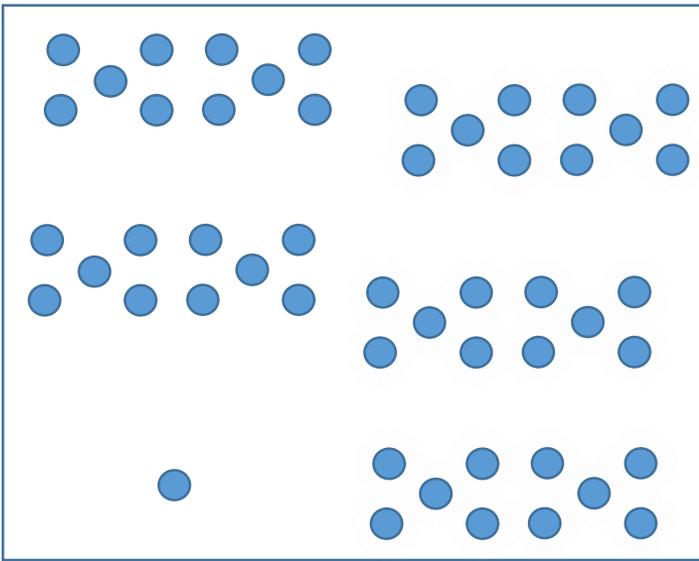
C
O
M
P
A
R
E
R





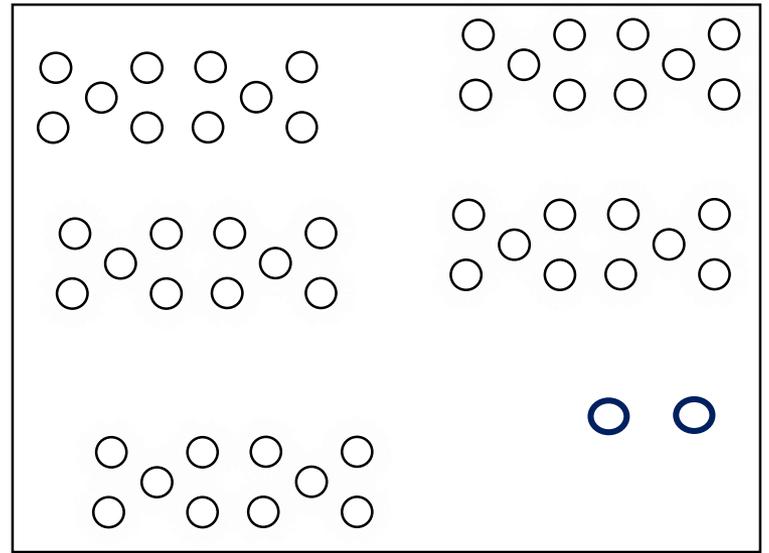
V
A
L
I
D
E
R





C
O
D
E
R

E
C
R
I
R
E



Cinq dizaines et un

XXXXX I

5X 1

51

5
1

15

C
O
M
P
A
R
E
R

52

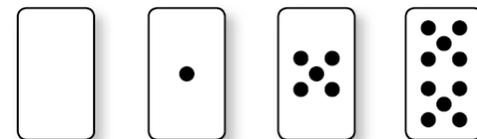
Autre activité:

Constituer des collections organisées en dizaines.

Exemple : deux collections de cubes emboitables sont collectées grâce à un jeu de carte.



Chaque élève tire à tour de rôle une carte pour constituer sa collection de cubes.

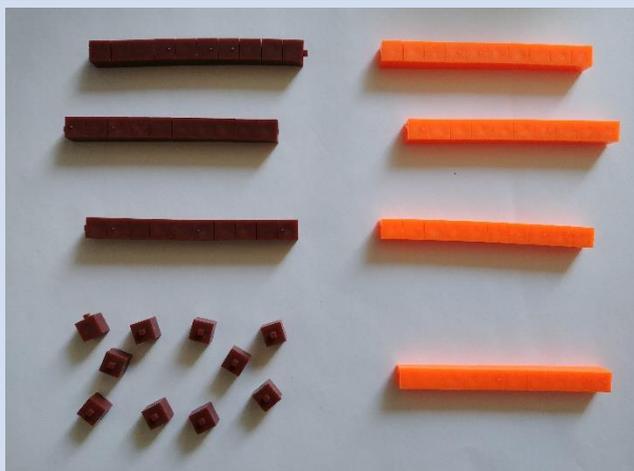


2^e étape :

Comparer la collection de chacun des deux joueurs avec des dizaines par association dizaine/dizaine puis éléments isolés restants.

1^e temps

Comparaison matérielle



2^e temps

Comparaison avec les cartes, la comparaison matérielle est utilisée pour la vérification si besoin

Pour comparer le nombre de points, je peux entourer dix cartes « un ». C'est une dizaine.

J'associe les dizaines, puis j'entoure le joueur qui a gagné, ou les deux s'ils sont ex-aequo.

The diagram shows a ten-frame (two rows of five) containing dominoes. Lines connect the dominoes to two player icons: a boy with glasses and a girl. The boy's icon is circled, indicating he has won. The text explains that ten 'one' cards are grouped to form a 'ten' for comparison.

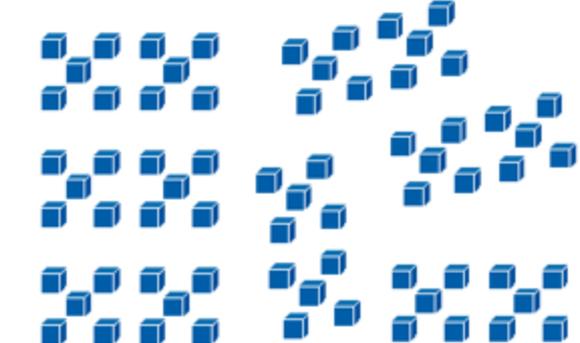
3^e étape :

Ecrire le score de chacun

🗨 Pour écrire le nombre de cubes, j'écris d'abord le nombre de dizaines avec un chiffre puis le nombre de cubes seuls avec un deuxième chiffre.



..... dizaines unités seules

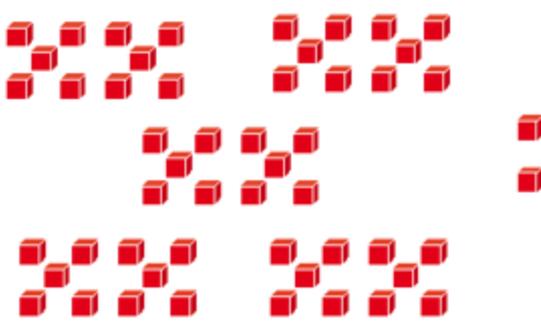


..... dizaines unité seule

3^e étape :

Ecrire le score de chacun

🗨 Pour écrire le nombre de cubes, j'écris d'abord le nombre de dizaines avec un chiffre puis le nombre de cubes seuls avec un deuxième chiffre.



5 dizaines 2 unités seules

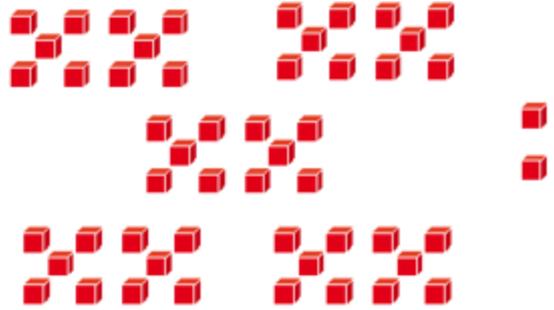


7 dizaines 0 unité seule

3^e étape :

Ecrire le score de chacun

🗨 Pour écrire le nombre de cubes, j'écris d'abord le nombre de dizaines avec un chiffre puis le nombre de cubes seuls avec un deuxième chiffre.



5 dizaines 2 unités seules

52

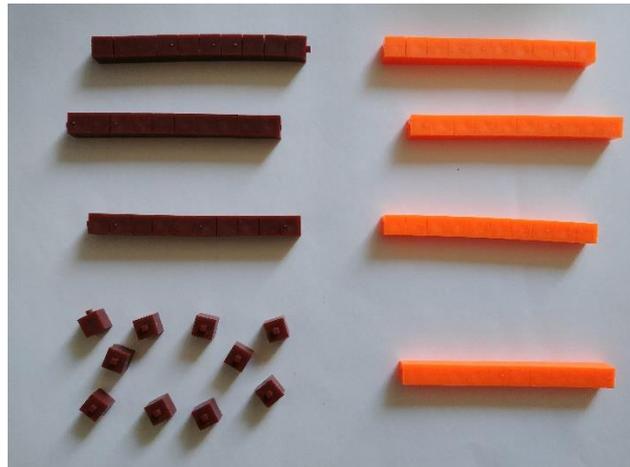


7 dizaines 0 unité seule

70

Utilisation du vocabulaire des **unités de numération** pour verbaliser les actions :

« Il y a 4 dizaines là et ici que 3, mais il reste plus d'unités isolées ici que là ... pour comparer facilement on peut faire une nouvelle dizaine ».



Comparer :

4d 5u et 3d 12u

21u 5d et 72u

Ecrire les nombres :

7d 2u

5d 13u

23u 6d

93u

- ✓ Qu'est-ce que le calcul ?
- ✓ Retour sur la numération écrite chiffrée
- ✓ **Conséquences sur le calcul**
- ✓ Calcul en ligne et calcul mental
- ✓ Faits numériques
- ✓ Temps de travail par groupes



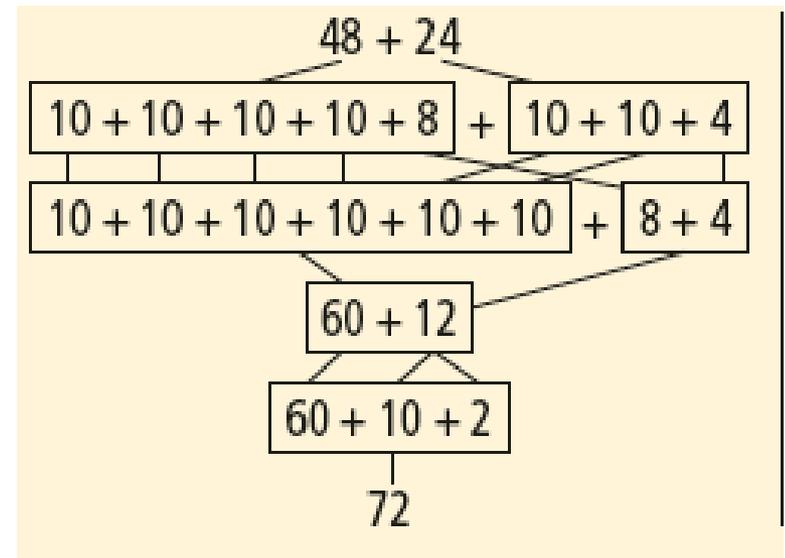
Exemple de l'apprentissage de l'addition posée en s'appuyant sur un calcul en ligne ($48 + 24$)

$$48 + 24 = 48 + 20 + 4 = 68 + 4 = 72$$

$$48 + 24 = 40 + 20 + 8 + 4 = 60 + 12 = 72$$

$$48 + 24 \qquad 8 + 4 = 10 + 2$$

$$40 + 20 + 10 = 70 \qquad 70 + 2 = 72$$



Posons l'addition $48 + 24$

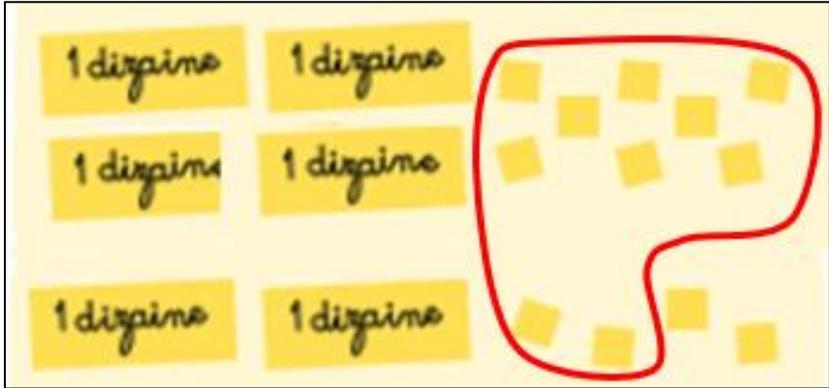
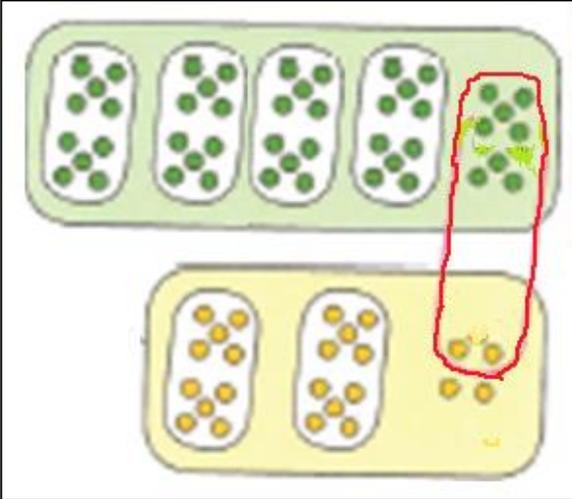
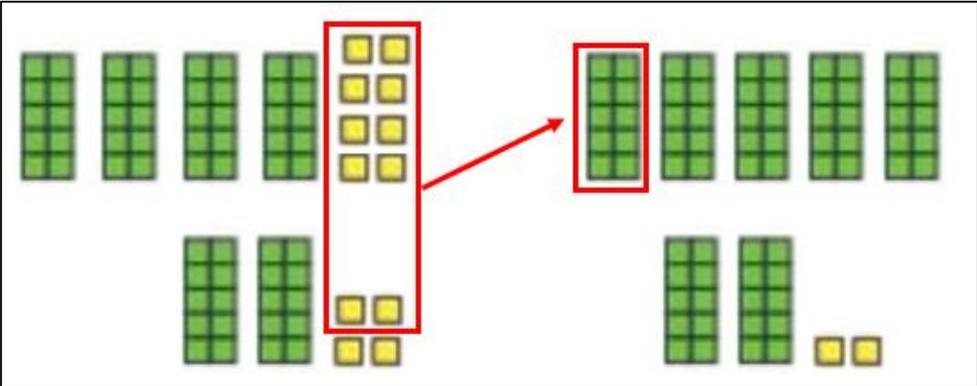
$$\begin{array}{r} 1 \\ 48 \\ + 24 \\ \hline 72 \end{array}$$

$8u + 4u = 12u$ et $12u = 1d + 2u$

$1d + 4d + 2d = 7d$

$$\begin{aligned} 48 + 24 &= 4d + 8u + 2d + 4u \\ &= 4d + 2d + 12u \\ &= 4d + 2d + 1d + 2u \\ &= 7d + 2u \\ 48 + 24 &= 72 \end{aligned}$$

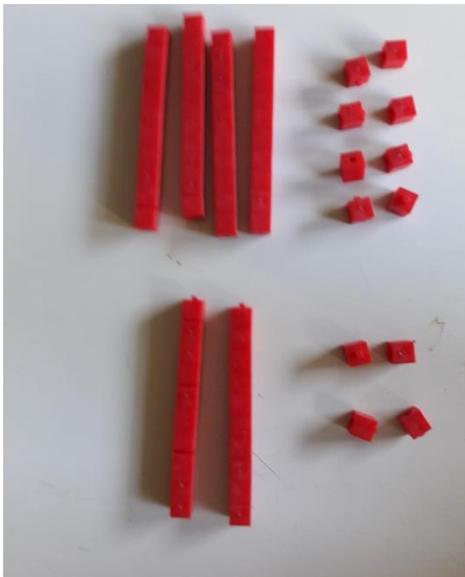
Quelques représentations du calcul posé dans des fichiers



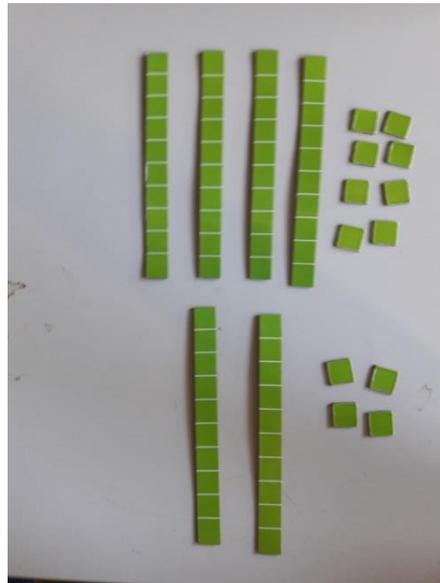
Progression dans le matériel utilisé pour l'addition posée

$$48 + 24$$

Dizaines détachables



Dizaines non détachables



Dizaines écrites



La soustraction posée

$$72 - 25$$

Méthode par cassage :

$$\begin{array}{r} 6 \ 12 \\ \cancel{7} \ \cancel{2} \\ - \ 2 \ 5 \\ \hline 4 \ 7 \end{array}$$

$$72 - 25 = 7d + 2u - 2d - 5u$$

$$72 - 25 = 6d + 12u - 2d - 5u$$

$$72 - 25 = 4d + 7u$$

$$72 - 25 = 47$$

$$72 - 25$$

Méthode « française » :

$$\begin{array}{r} 7\overset{1}{2} \\ - \overset{+1}{2}5 \\ \hline 47 \end{array}$$

$$72 - 25 = 7d + 2u - (2d + 5u)$$

$$72 - 25 = (7d + 2u + 10u) - (2d + 5u + 1d)$$

$$72 - 25 = 7d + 12u - 3d - 5u$$

$$72 - 25 = 4d + 7u$$

« Lorsque le grand nombre a 3 chiffres et lorsqu'il s'écrit avec un zéro comme chiffre des dizaines, la gestion d'une telle procédure devient beaucoup plus complexe :

$$\begin{array}{r} 5 \quad 9 \\ \quad \cancel{0} \quad \cancel{10} \quad 14 \\ - \quad 4 \quad 2 \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

Pour transformer une dizaine en 10 unités, comme le chiffre des dizaines est zéro, il faut d'abord casser une centaine qui devient 10 dizaines. On peut alors casser l'une de ces 10 dizaines. En fait, le principal reproche qu'on peut faire à cette procédure est qu'elle conduit à une surcharge d'écritures, et qu'à terme il faudra nécessairement que les élèves apprennent une autre façon de calculer les soustractions en colonnes (notamment lorsqu'il s'agira de faire des soustractions au sein de divisions posées avec la « potence »).

- ✓ Qu'est-ce que le calcul ?
- ✓ Retour sur la numération écrite chiffrée
- ✓ Conséquences sur le calcul
- ✓ **Calcul en ligne et calcul mental**
- ✓ Faits numériques
- ✓ Temps de travail par groupes



• Quelles procédures privilégier ?

a) $30 + 7$

b) $40 + 50$

c) $90 + 50$

d) $500 + 300$

e) $56 + 8$

f) $45 + 34$

g) $26 + 39$

h) $53 + 21$

i) $25 + 26$

• Quelles procédures privilégier ?

a) $67 - 7$

b) $70 - 20$

c) $86 - 30$

d) $600 - 400$

e) $53 - 7$

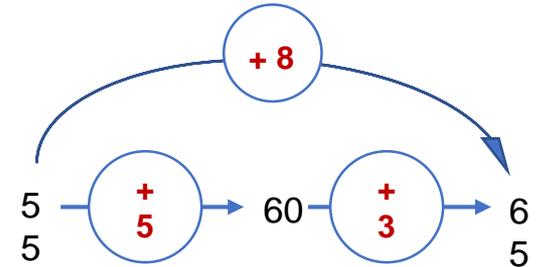
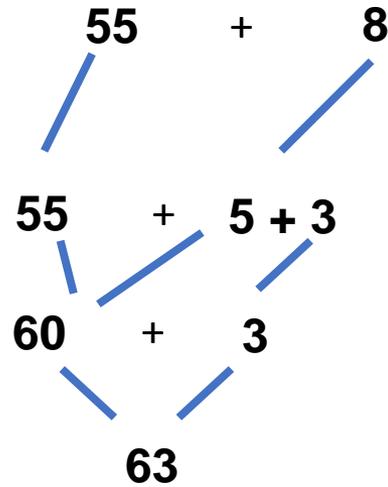
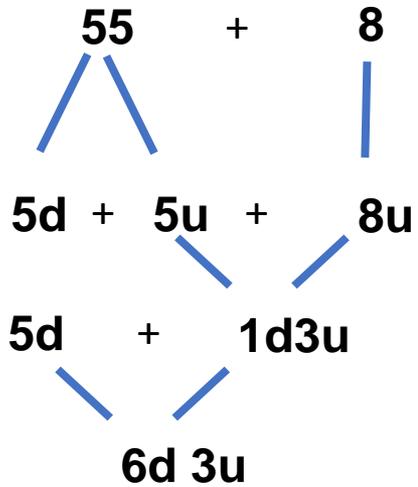
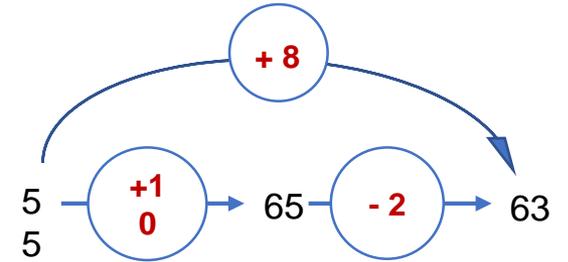
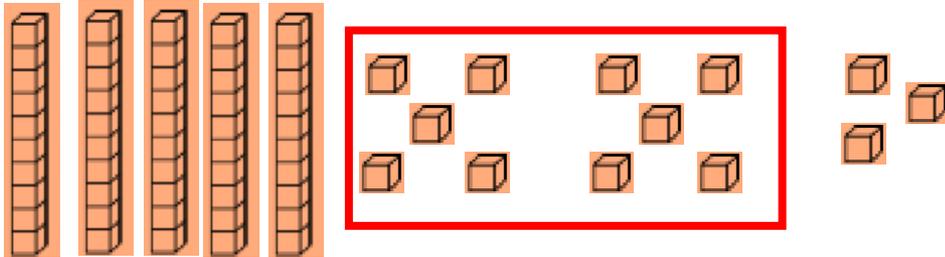
f) $67 - 25$

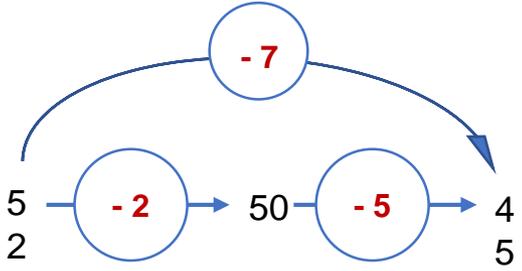
g) $56 - 11$

h) $63 - 29$

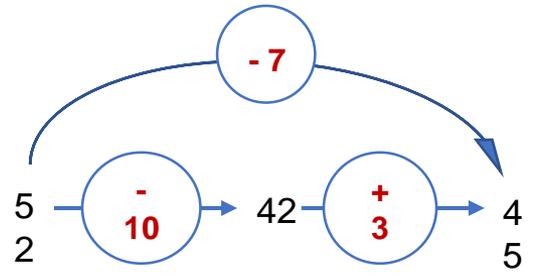
i) $50 - 26$

55 + 8 = ?

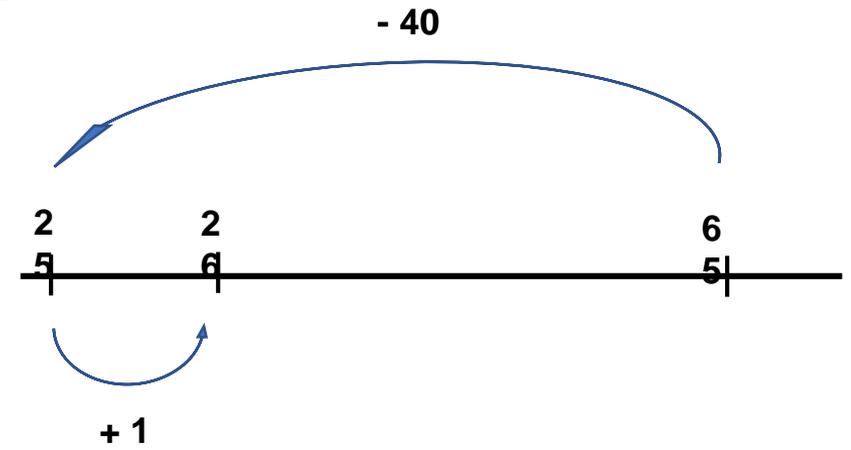
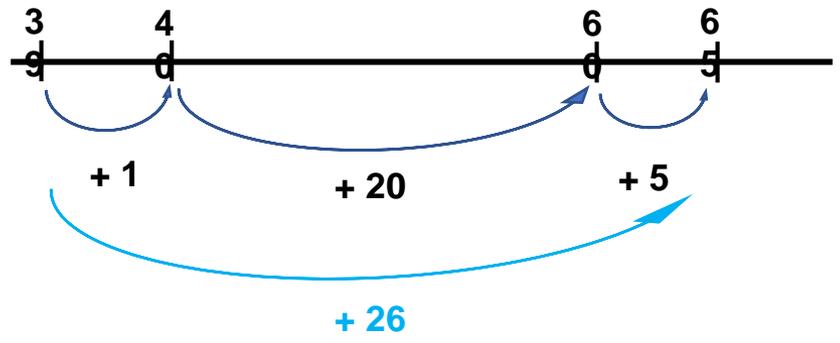




52 - 7 = ?



65 - 39 = ?



Objectifs du calcul en ligne...

- Le calcul en ligne permet de construire des procédures efficaces de calcul
- À long terme ces procédures pourront être automatisées pour devenir des procédures de calcul mental
- Une différenciation est nécessaire : l'automatisation d'une procédure n'est pas attendue de tous les élèves au même moment.

Au cycle 2, on enseigne aussi le calcul en ligne pour amener les élèves à :

- « faire parler les nombres » et les mettre en relation
- découvrir et utiliser les propriétés des opérations.
- Donner du sens au signe =

Calcul en ligne:

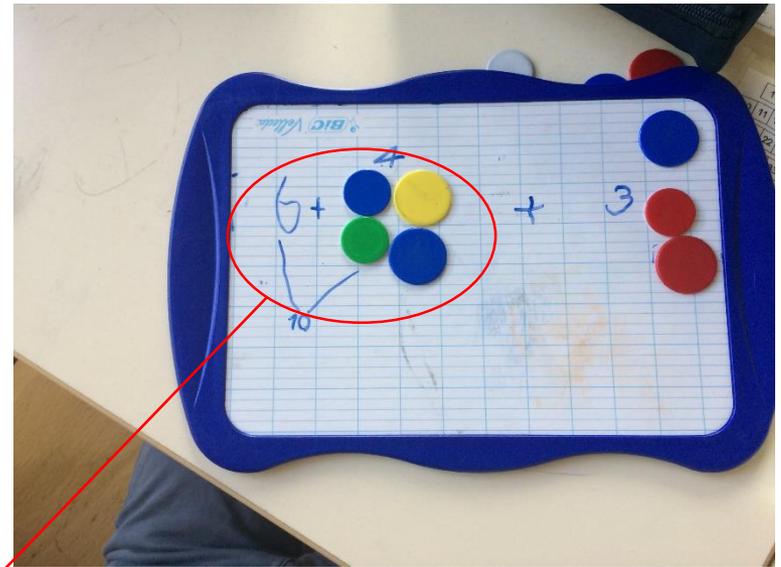
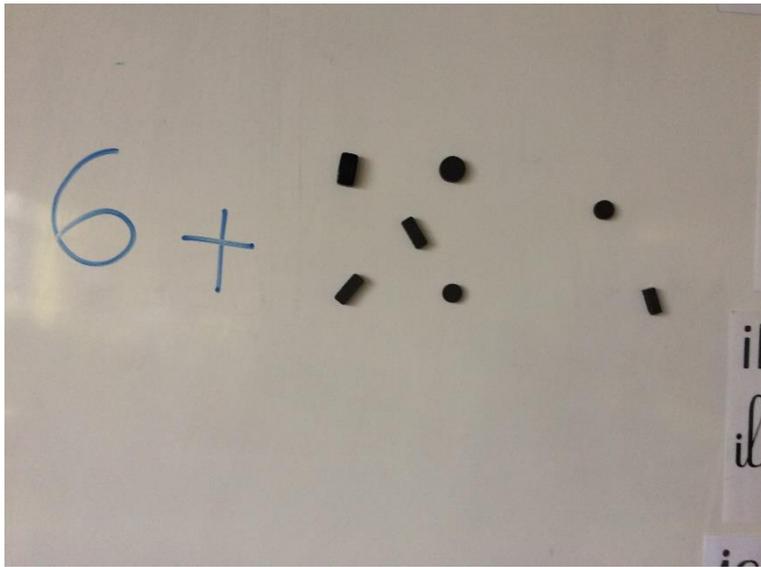
analyse de productions d'élèves



Classe de CP : séances 3, 4 et 5
Travail à partir du calcul : $8 + 5$

Propriétés numériques , faits
numériques, procédures
numériques à l'œuvre ?



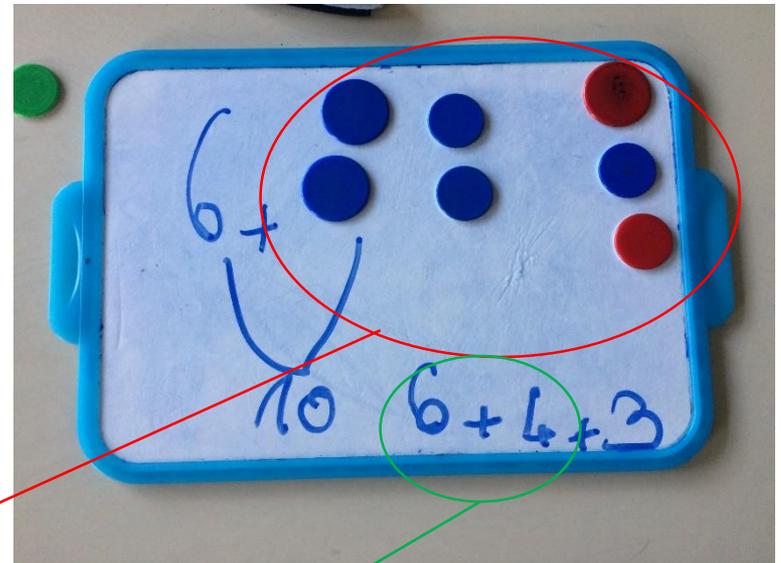


Complément à la dizaine

Classe de CP : séances 3, 4 et 5

Travail à partir du calcul : $6 + 7$

Propriétés numériques , faits numériques, procédures numériques à l'œuvre ?



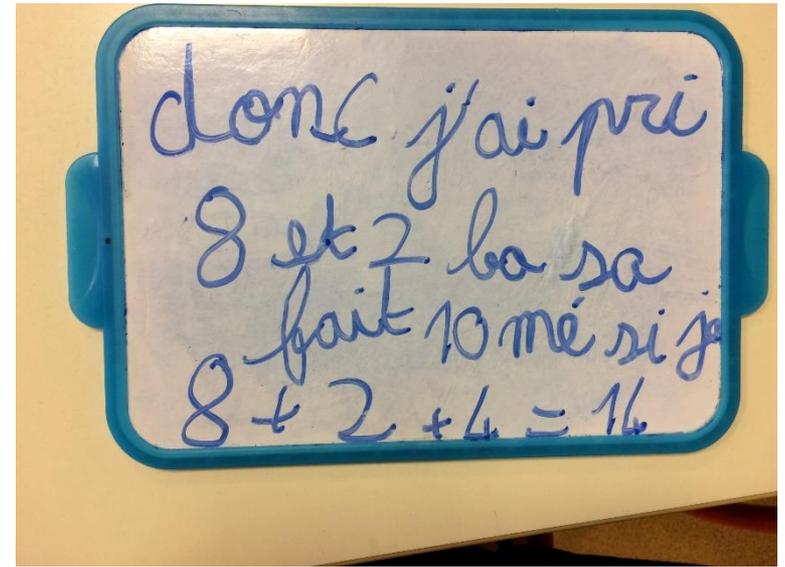
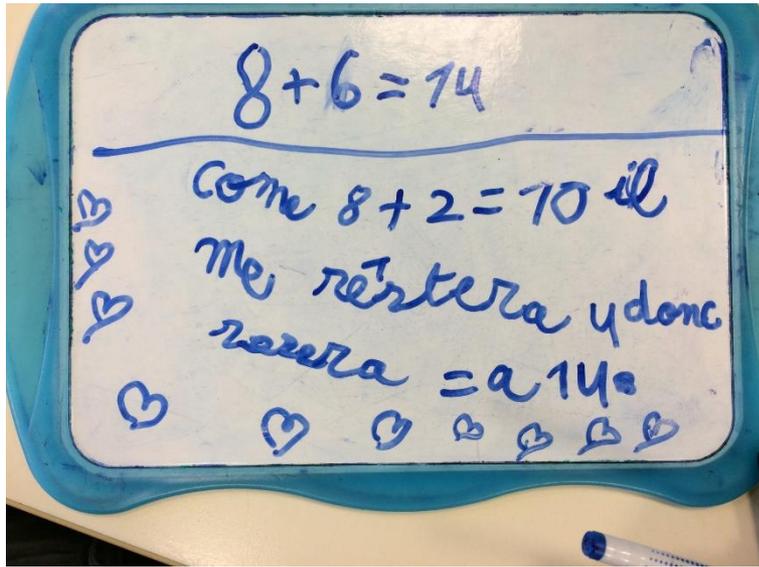
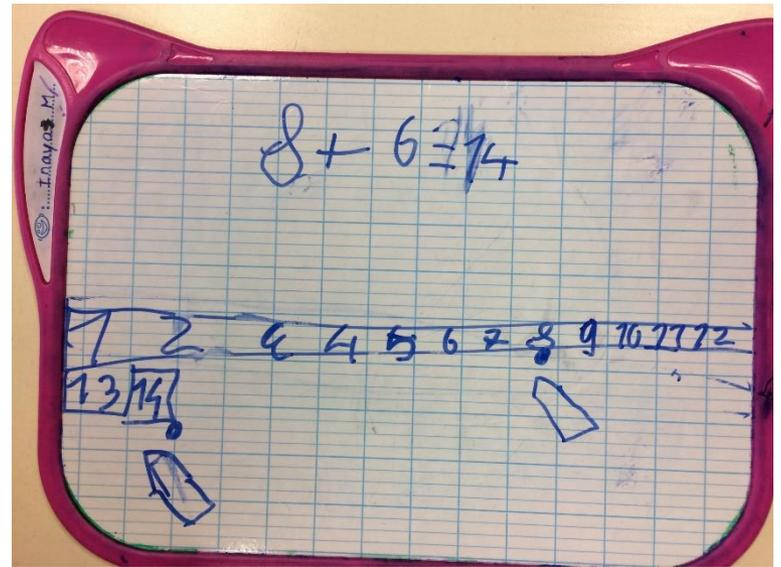
Décomposition additive de 7

Associativité

Classe de CP : séance 6

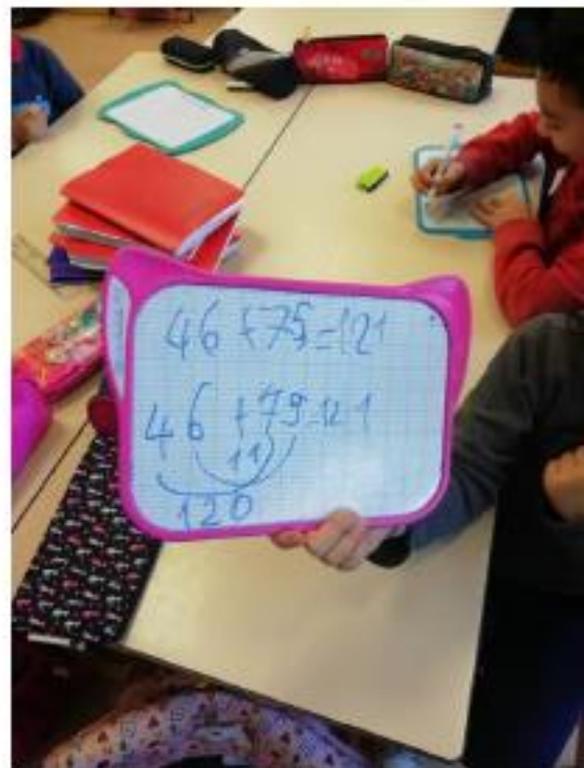
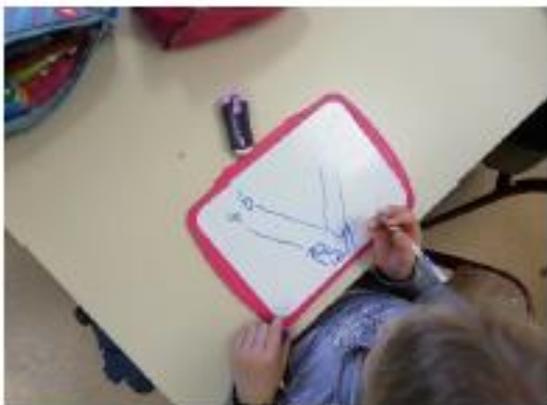
Quel est l'intérêt mathématique de chaque procédure ?

Quelles en sont les limites ?



Calcul proposé : $46 + 75$

- Recherche sur ardoise.



Classe de CE1

Propriétés numériques, faits numériques, procédures numériques à l'œuvre ?

Le passage à la dizaine : $45 + 75 + 1$ (pas photographié car fait dans la tête...)
Difficulté : pour certains élèves, même une fois expliquée, cette procédure reste coûteuse car ils ont du mal à comprendre qu'il faut « enlever » pour « remettre ailleurs ».

Comment faire pour éviter de dire « enlever pour remettre ailleurs » ?

Commutativité : $46 + 75 = 75 + 46$

Décomposition : $75 + 40 + 6 = 75 + 40 + 5 + 1$

Commutativité et associativité : $75 + 5 + 40 + 1 = 80 + 40 + 1 = 120 + 1$

D'autres stratégies sont possibles

$$46 + 4 + 71 = 50 + 71 = 121$$

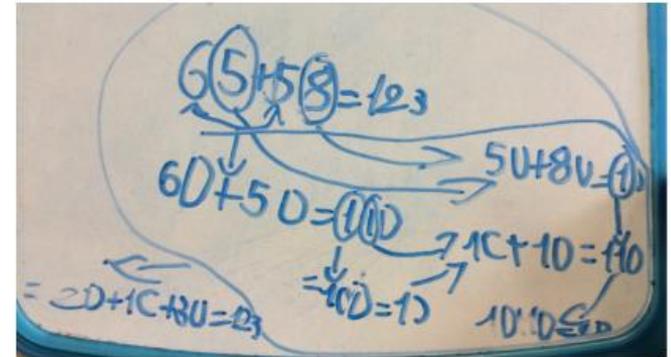
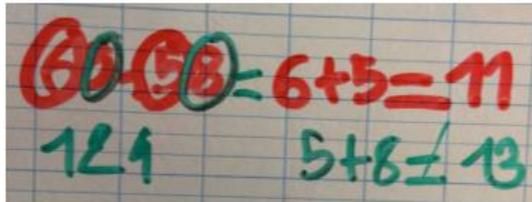
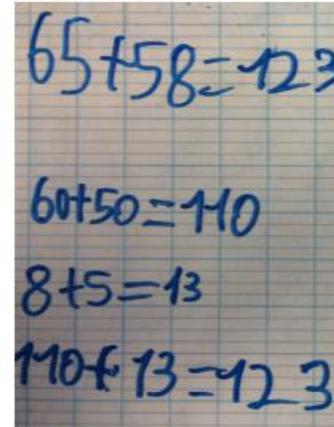
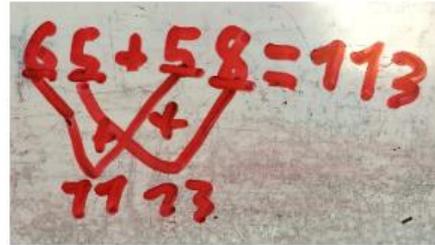
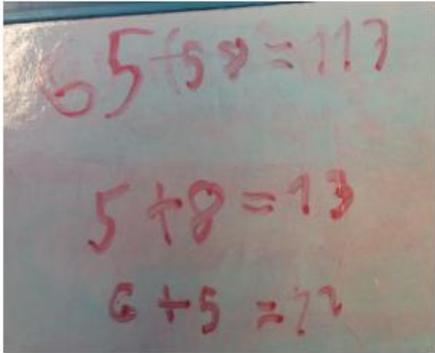
$$75 + 5 + 41 = 80 + 41 = 121$$

$$75 + 25 + 20 + 1 = 121 \text{ (complément à 100)}$$

Un exemple d'une séquence au CE1

A partir du calcul : $65 + 58$

Traces individuelles sur ardoise.



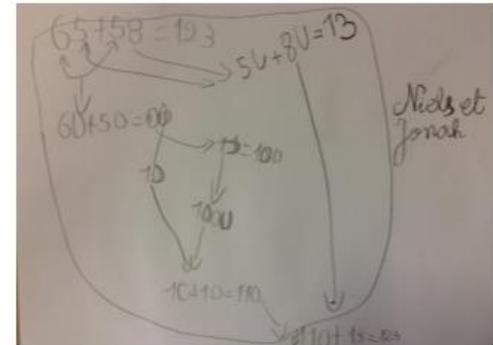
→ on ajoute les dizaines
 → on ajoute les unités
 → on n'oublie pas la retenue

Méthode avec le matériel
 (réel ou dessiné)
 → on additionne les d. de 10 en 10
 → compte de 1 en 1 par les unités

$$65 + 58 = 123$$

$6 + 5 = 11$ 5 ↓
 $5 + 8 = 13$

21/03/19 méthode de Romain et Paul abert
 $65 + 58 = 123$
 $60 + 50 = 110$
 $8 + 5 = 13$
 $110 + 13 = 123$



Procédures reprises par des groupes de 3 élèves.

Une trace originale qui va permettre de travailler une autre procédure.

Handwritten math on grid paper. The first line shows $65 + 58 = 123$ with a blue circle around the 58. The second line shows a sequence of numbers: $75 - 85 - 95 - 105 - 115$. Below this sequence, four blue arcs connect the numbers, each labeled $+10$. The third line shows the calculation $5 + 8 = 13$.



Handwritten alternative procedure for calculating $65 + 58$. The steps are as follows:

$$\begin{aligned} & \{65 + 50\} + 8 \\ & \quad 115 + 8 \\ & \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ & \quad 115 + 5 + 3 \\ & \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ & \quad 120 + 3 = 123 \end{aligned}$$

Reprise de cette procédure avec le calcul $46 + 77$.

$$\begin{array}{l} 46 + 77 \\ \boxed{16 + 70} + 7 \\ 116 + 7 \\ \swarrow \searrow \\ 116 + 4 + 3 \\ \swarrow \searrow \\ 116 + 7 = 123 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \boxed{46 + 70} + 7 \\ 46 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 7 \\ = 116 + 7 \\ \swarrow \searrow \\ 116 + 4 + 3 = 123 \\ 120 + 3 = 123 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 46 + 77 \\ \boxed{16 + 70} + 7 \\ 116 + 4 + 3 = 123 \end{array}$$

Un nouveau calcul.

Les élèves restent pour la plupart sur une des deux stratégies utilisées jusqu'à présent.

$$74 + 49$$

$$(74 + 40) + 9$$

$$74 + 40 = 114$$

$$114 + 6 + 3 = 123$$

$$73 + 1 + 49$$

$$73 + 50 = 123$$

Nouvelle procédure qui apparaît pour ce calcul et qui semble plus « économique ».

Calculs additifs : entrainement

$$96 + 77 =$$
$$| 96 + 70 | + 7$$
$$116 + 4 + 3 = 123$$

$$65 + 58 = 123$$
$$60 + 50 = 110$$
$$8 + 5 = 13$$
$$110 + 13 = 123$$

$$74 + 49 =$$
$$73 + 1 + 49 =$$
$$73 + 50 = 123$$

$$46 + 38$$

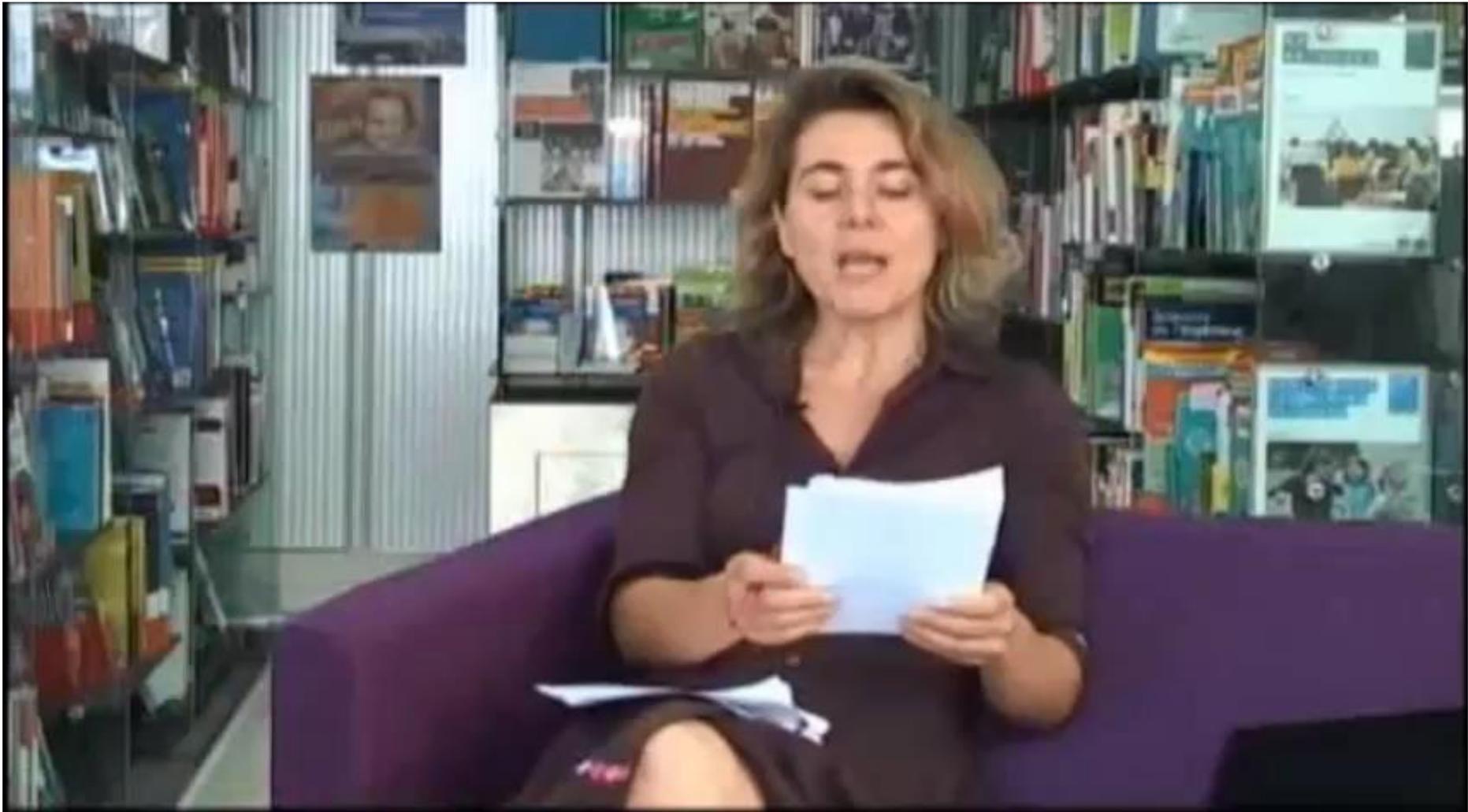
$$85 + 59$$

$$54 + 97$$

$$67 + 76$$

- ✓ Qu'est-ce que le calcul ?
- ✓ Retour sur la numération écrite chiffrée
- ✓ Conséquences sur le calcul
- ✓ Calcul en ligne et calcul mental
- ✓ **Faits numériques**
- ✓ Temps de travail par groupes





Michel Fayol: Chercheur, professeur émérite en psychologie du développement, CNRS

Jean-François Chesné: Docteur en didactique des mathématiques, DEPP, CNESCO

Premiers éléments de synthèse

- **Les appropriations des tables d'addition et de multiplication ne fonctionnent pas sur le même mode**
 - **Tables +** : par reconstruction. Difficultés encore au CM1.
 - **Tables x** : verbal (6x7 résonne avec 42, c'est plus automatisé que les tables d'addition)
- **Construction des tables , travail sur le sens:** *« Faire produire les tables par les élèves est probablement un moyen à condition que l'on puisse veiller à ce qu'ils ne commettent pas d'erreurs au moment où ils les constituent. C'est probablement un moyen de faire fonctionner à la fois le sens de l'opération ainsi que l'association entre les deux opérandes et le résultat. »*

- **Difficultés liées aux interférences** : « Si on regarde les mauvaises réponses données à la question " combien font 3×8 ", on constate que 32 est bien plus souvent avancé que 23. En effet, 32 est enregistré dans la mémoire de l'enfant comme étant une solution à une multiplication " 4×8 ". En revanche, 23 ne correspond à aucun résultat dans les tables » « Quand l'enfant répond $3 \times 8 = 32$ ou $3 + 4 = 12$, il n'a pas tout faux, il a simplement mal sélectionné la réponse. »
- **Travail sur le long terme et régulier**
- « **Stratégie d'envers et d'endroit** » : passer de la multiplication à la multiplication à trous, à la division : $4 \times 5 = ?$ $20 = ? \times 5$ « Dans 20 combien de fois 5 ? »
- **Progression et programmation** : ordre de l'apprentissage et ciblage des révisions.
- **Apprentissage de chaque table par étapes** et pas dans l'ordre de la récitation.

Quelles pratiques d'apprentissage des tables d'addition et de multiplication observe-t-on en classe ?

Ce qu'on voit	Ce qu'on voit moins souvent
Travail de mémorisation à la maison	Séquences d'apprentissage
Récitation de la table	Construction – compréhension
Juxtaposition de séances sans liens	Travail de mémorisation en classe
Questionnement $a \times b = ?$	Progressivité des tables sur les cycles 2 et 3
	Evaluation spécifique
	Questionnements autre que $a \times b = ?$ Ex = $a \times ? = c$
	Remobilisation, réactivation

Using the Counting stick to help children
to learn tables.



Jill Mansergh - Tables with a Number Stick

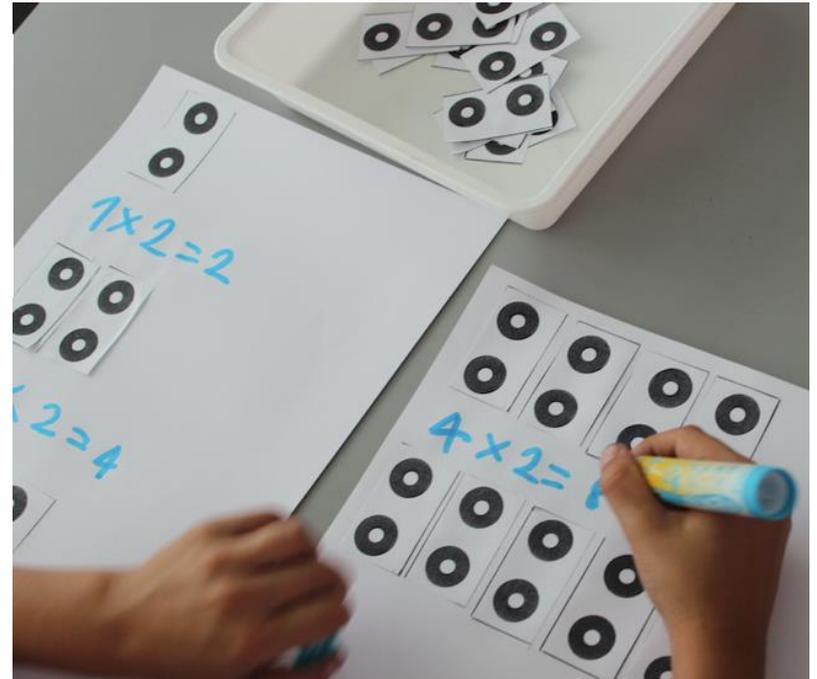
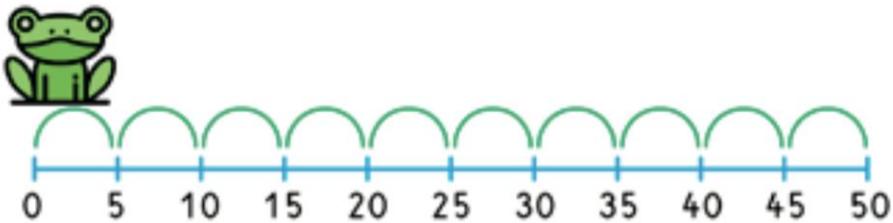
Apprentissage de la table de 17 (vidéo en anglais)

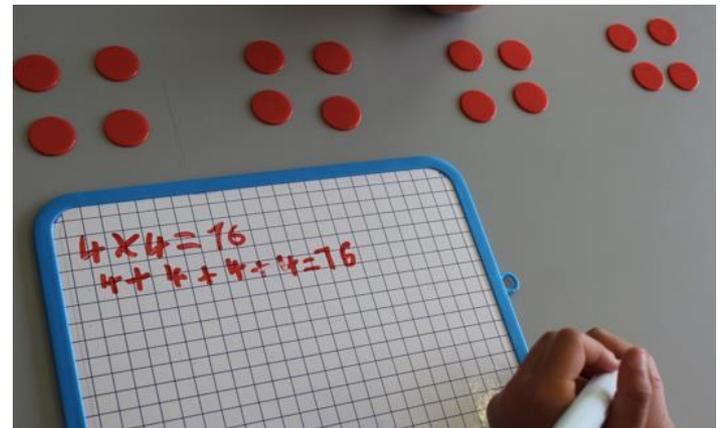
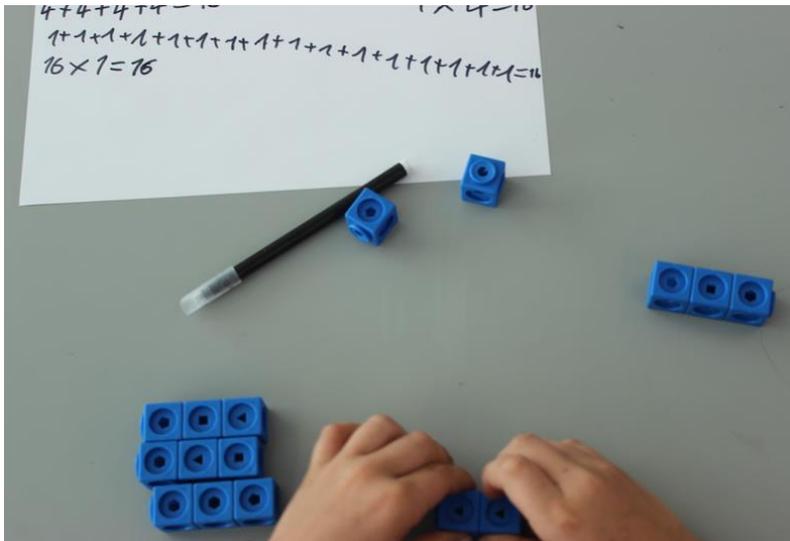
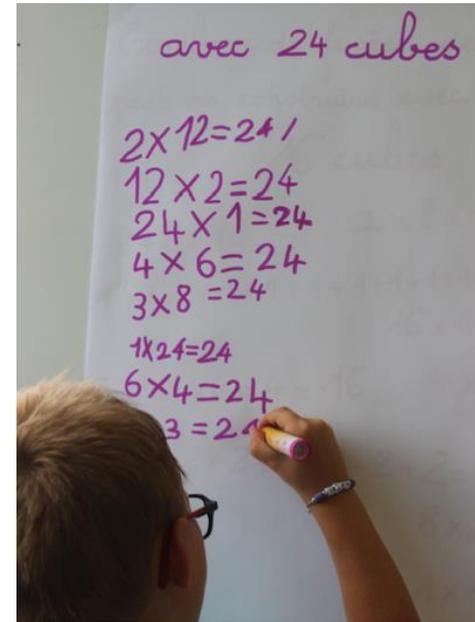
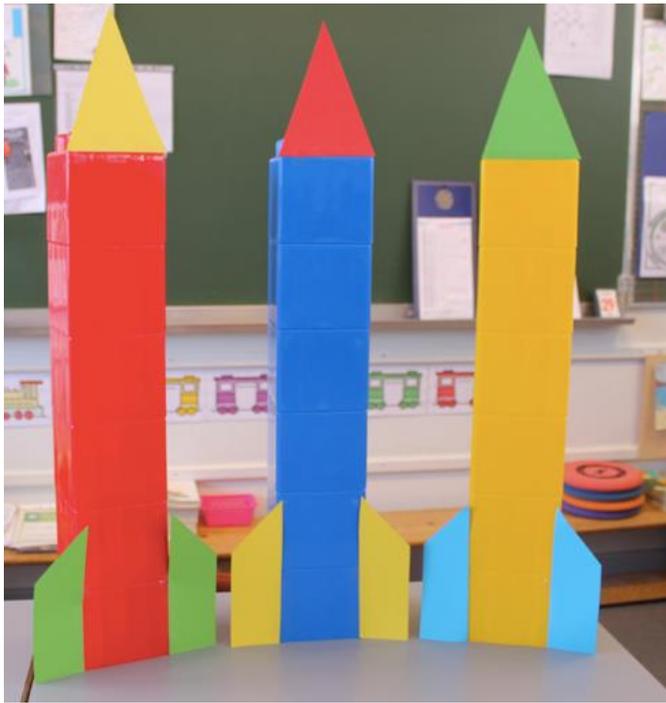
ANALYSE DE SEANCE: Apprentissage de la table de 5

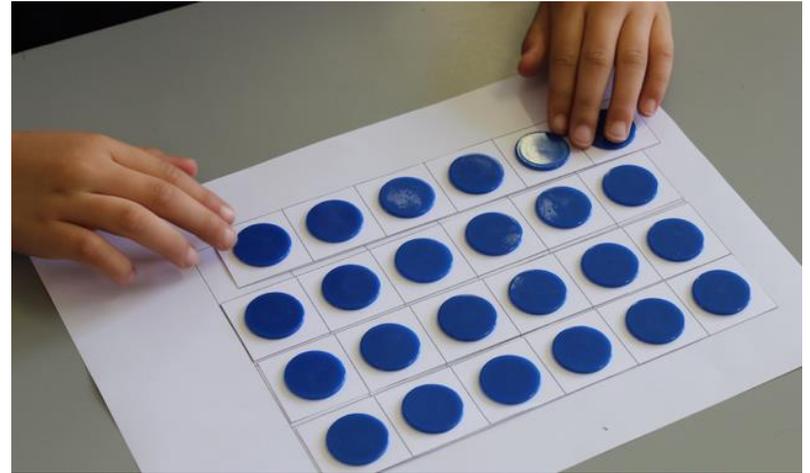
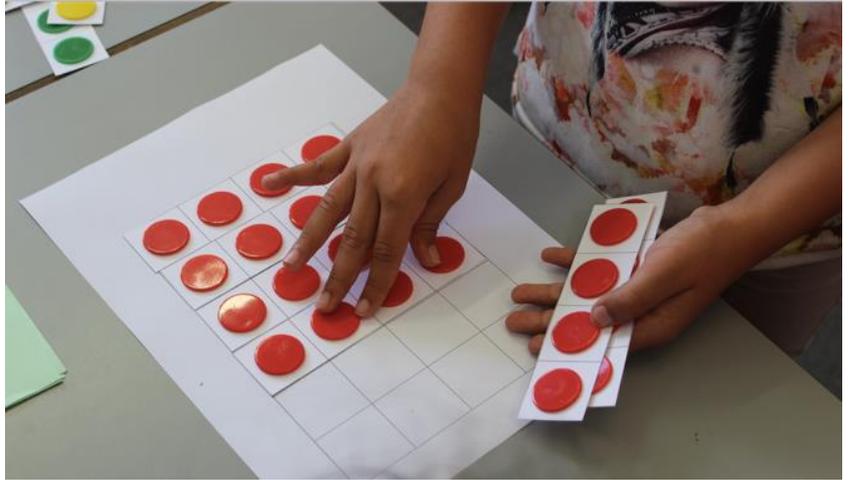
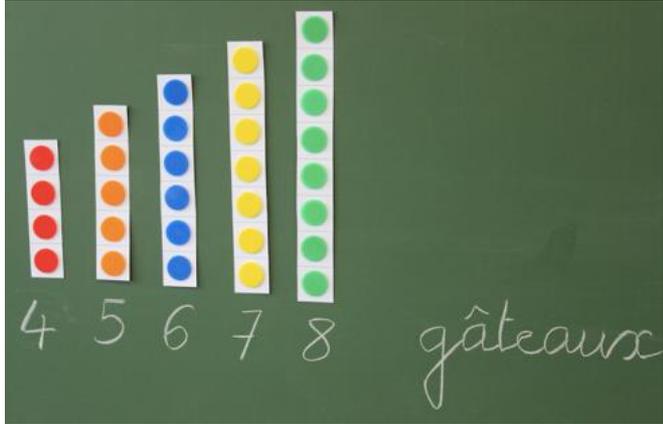
EN AMONT DE LA SÉQUENCE D'APPRENTISSAGE DE LA TABLE DE 5

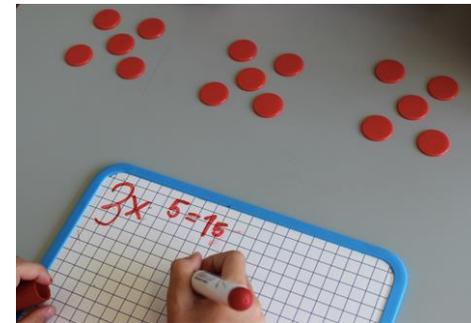
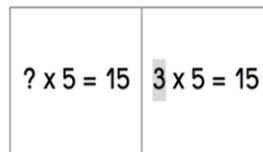
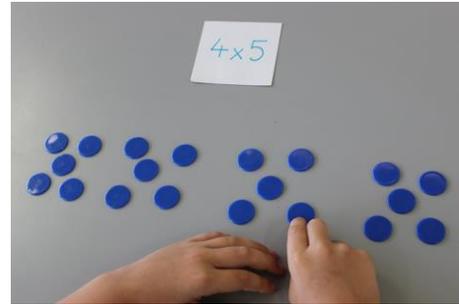
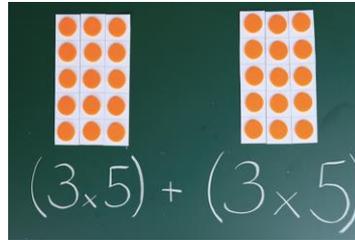
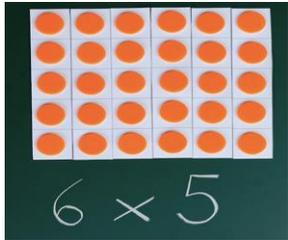
Séances de calcul mental

- Doubles et moitiés
- Le jeu du furet : Compter de 2 en 2 ; Compter de 10 en 10 ; Compter de 5 en 5
- Tables de 2 et 10









Ordre choisi dans l'apprentissage des tables de multiplication

CE2 A

Table de 2

Table de 10

Table de 5

Table de 3

Table de 4

Table de 6

Table de 7

Table de 8

Table de 9

CE2 B

Table de 2

Table de 5

Table de 4

Table de 8

Table de 9

Table de 3

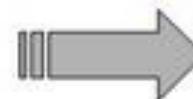
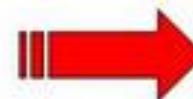
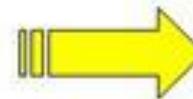
Table de 6

Table de 7

La table de Pythagore

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

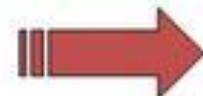
- Apprendre la table d'addition

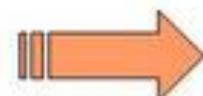
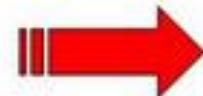
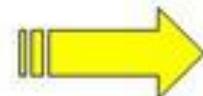


La table de Pythagore

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

- Apprendre la table d'addition

 Les doubles



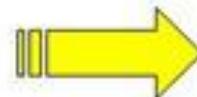
La table de Pythagore

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

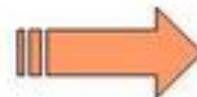
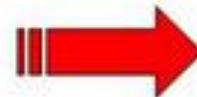
- Apprendre la table d'addition



Les doubles



Les amis pour faire 10



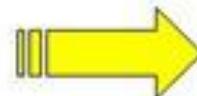
La table de Pythagore

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

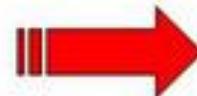
- Apprendre la table d'addition



Les doubles



Les amis pour faire 10



La numération



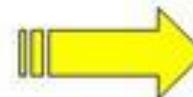
La table de Pythagore

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

- Apprendre la table d'addition



Les doubles



Les amis pour faire 10



La numération



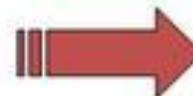
Les presque doubles



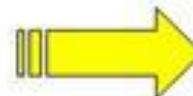
La table de Pythagore

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

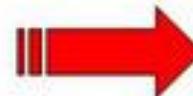
- Apprendre la table d'addition



Les doubles



Les amis pour faire 10



La numération



Les presque doubles



Le passage par 10



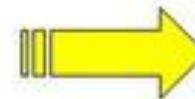
La table de Pythagore

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

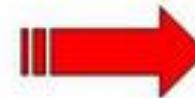
- Apprendre la table d'addition



Les doubles



Les amis pour faire 10



La numération



Les presque doubles



Le passage par 10

Le surcomptage (+1, +2, +3), avec application éventuelle de la commutativité de l'addition.



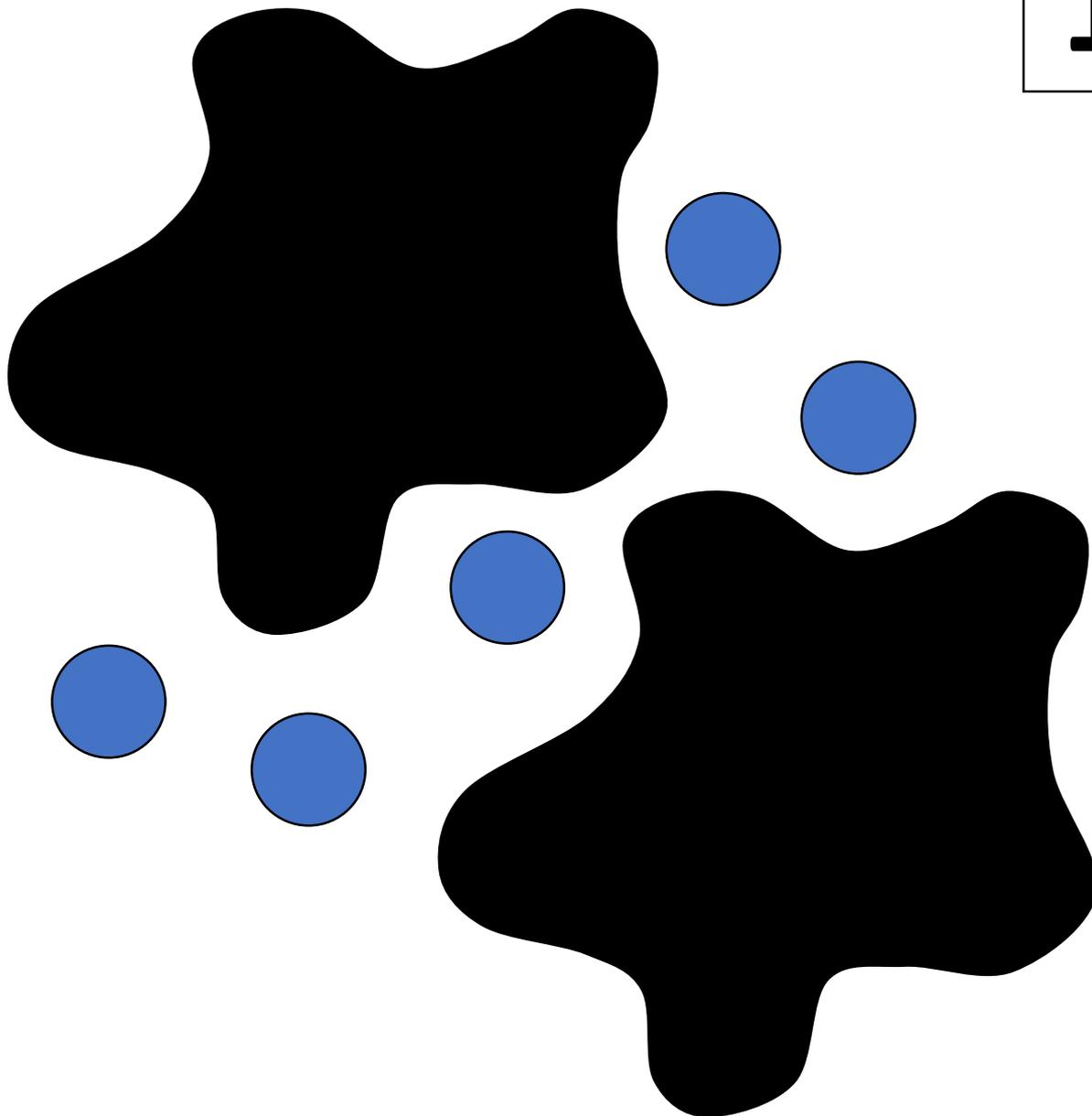
Splat!

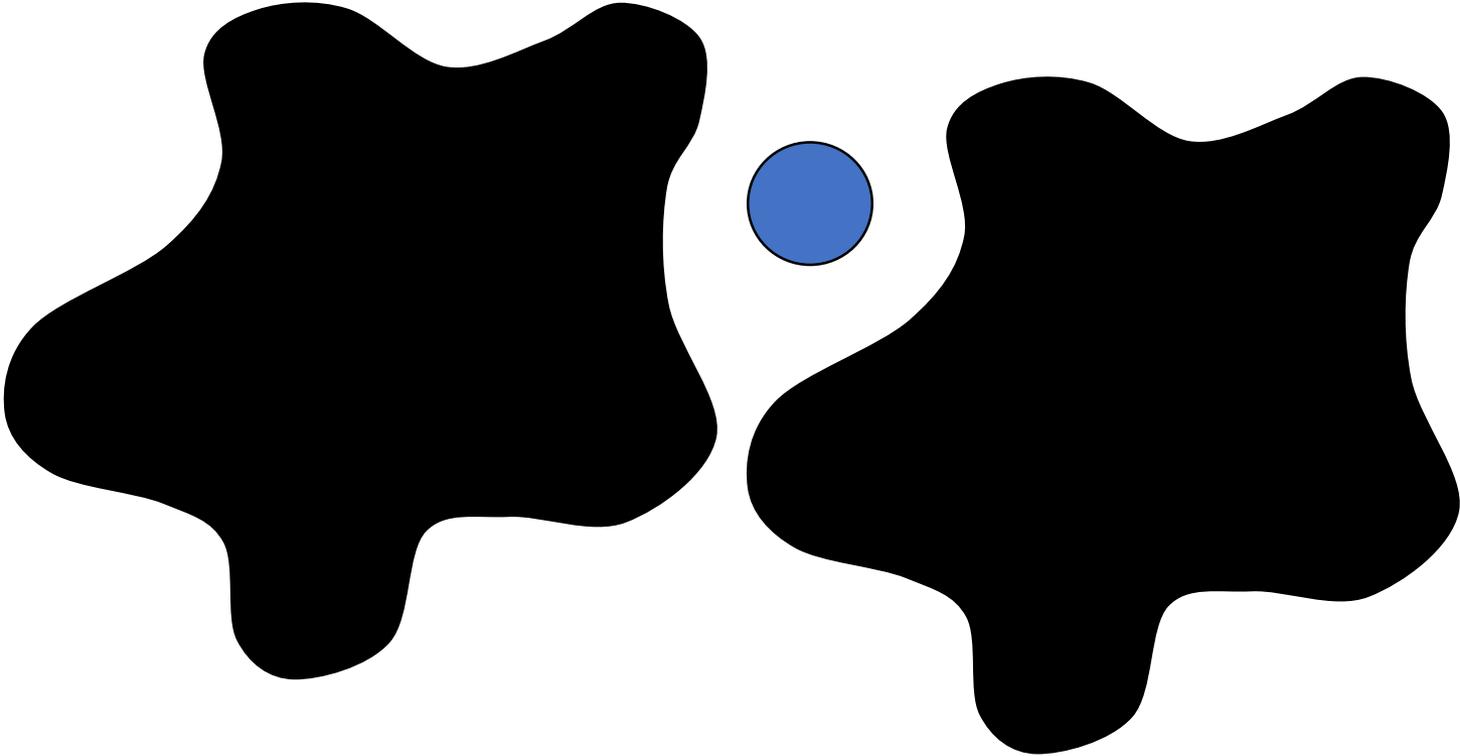
**Attention, il doit y avoir le même nombre
de disques sous chaque tache !**

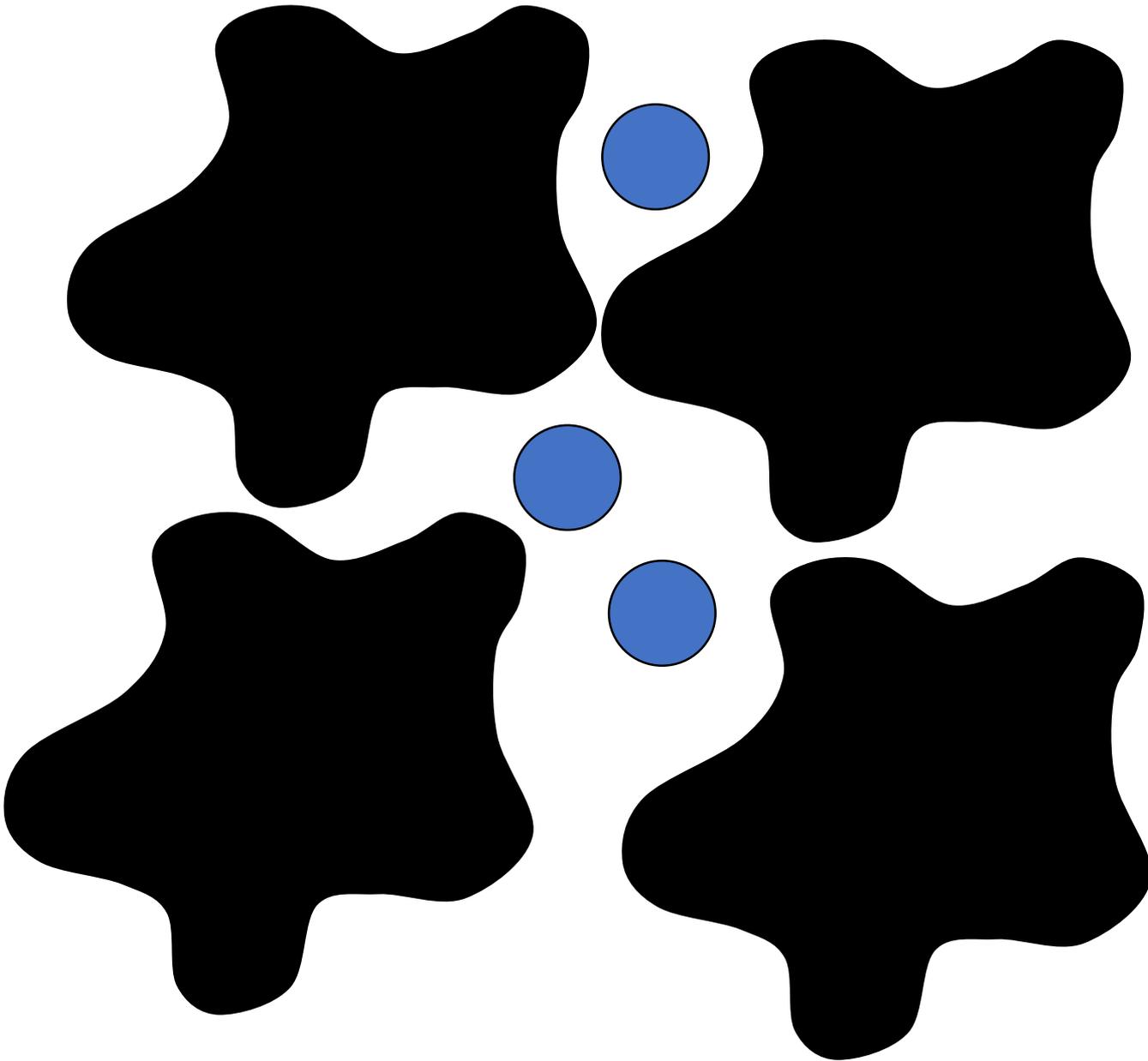
Le nombre total
de disques est...

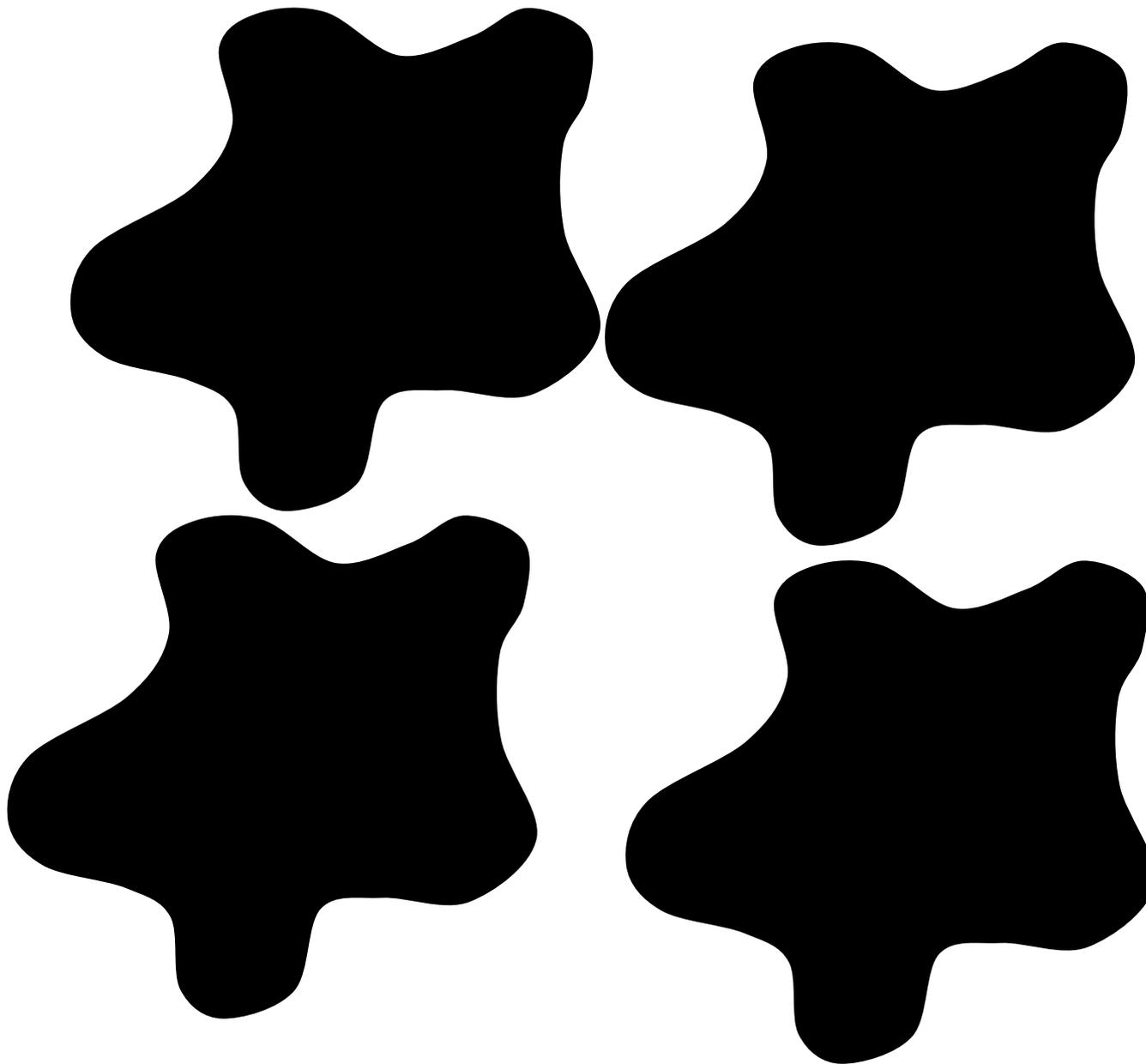
Cachés sous
chaque tache ?
Comment l'avez-
vous su ?

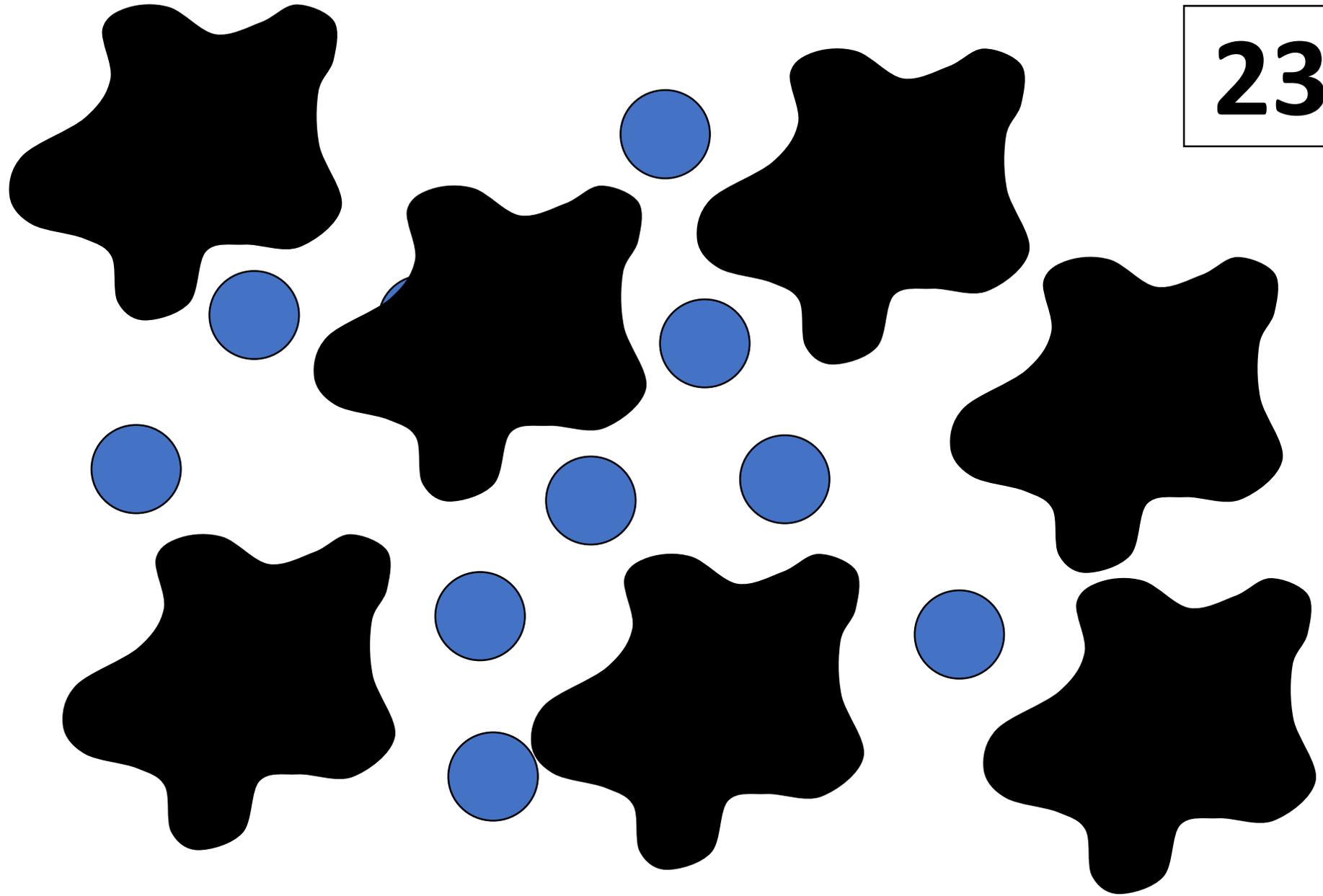
Que pouvons-
nous dire ?
Regardons sous
les taches pour
voir combien il y a
de disques.



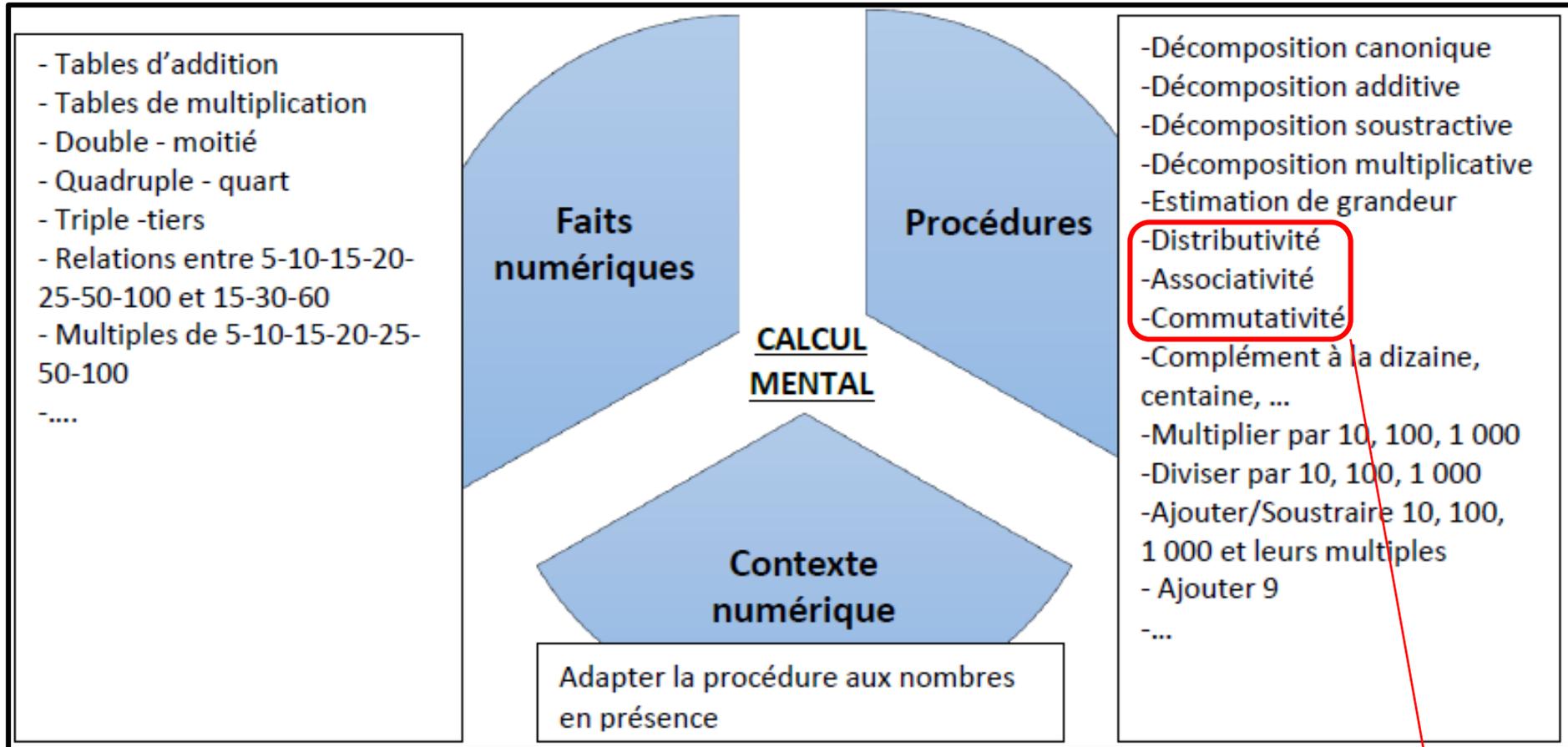








Les trois composantes du calcul mental:



Propriétés numériques

- ✓ Qu'est-ce que le calcul ?
- ✓ Retour sur la numération écrite chiffrée
- ✓ Conséquences sur le calcul
- ✓ Calcul en ligne et calcul mental
- ✓ Faits numériques
- ✓ **Temps de travail par groupes:**
Identifier les faits numériques en jeu,
les procédures numériques possibles
et les propriétés numériques





MERCI POUR VOTRE
ATTENTION