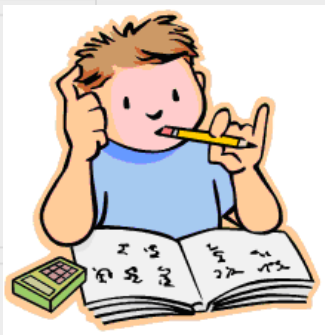


POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE



# Résolution de problèmes En CP-CE1 dédoublés

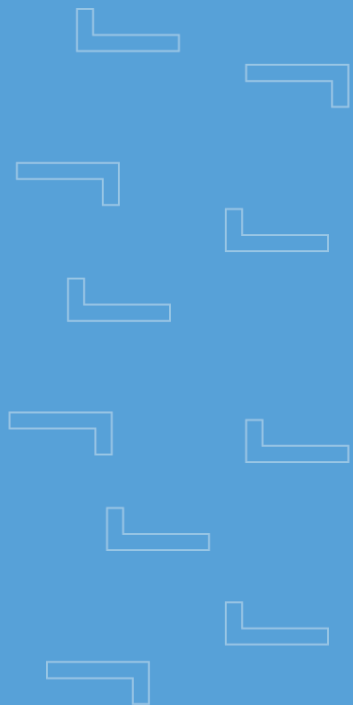
Permettre aux élèves de consolider  
leur compréhension du nombre



# DEROULEMENT

- **Etat des lieux**
- **Mise en situation**
- **Qu'est-ce qu'un problème ?**
- **Les problèmes dans les programmes du cycle 2**
- **Qu'est-ce que résoudre un problème ?**
- **Points de vigilance**
- **Constats et questionnements**
- **Les problèmes « basiques » : rôle et utilisation**
- **La typologie de *Vergnaud***

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE



académie  
Lyon

direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Rhône



# Etat des lieux

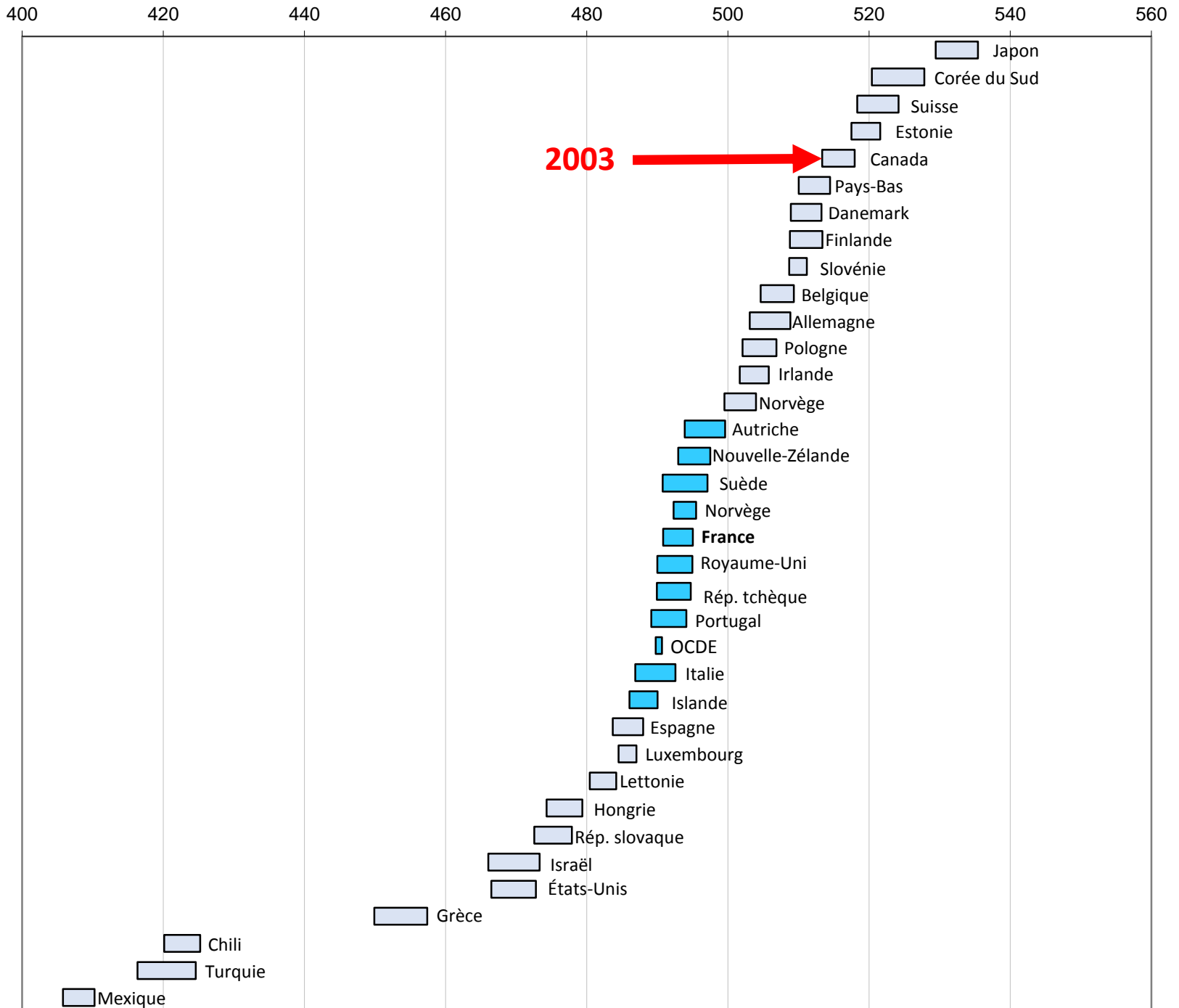




# Comparaison internationale (PISA)

- Des élèves français autour de la moyenne...
- ...mais en baisse importante depuis 2003

Scores moyens





# Comparaison internationale (PISA)

## ▪ Quelques caractéristiques françaises

- Des élèves plus **angoissés** que les autres face aux évaluations de mathématiques
- Un taux très élevé de « **non-réponse** »
- Une faiblesse particulière lorsqu'il s'agit de prendre des **initiatives**

# Comparaison internationale (PISA)

## ▪ Exemple (*Evaluation de début de 6<sup>ème</sup>*) :

- Je possède 50 photos que je dois placer dans un album ; j'en mets 6 par page. Combien de pages complètes vais-je pouvoir faire et combien m'en restera-t-il ?
- 45% de réussite seulement



*J'ai bloqué, alors  
j'ai stressé, donc  
j'ai bloqué...*

# Et paradoxalement...

- Quelle est ta matière préférée à l'école ?

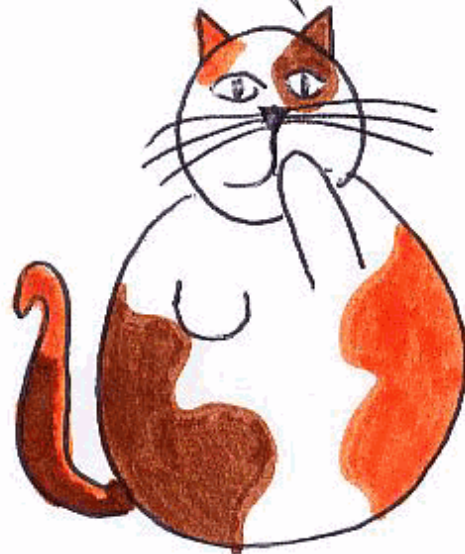




# Mise en situation

A vous de chercher...

Sachant que je n'ai  
pas mangé pendant  
3 jours, combien de  
souris dois-je chasser ?



# Comment réussit-on ces problèmes ?

## ▪ LES MASSIFS DE TULIPES

- Il s'agit à chaque fois de calculer le nombre de tulipes dans un massif :
  - Un massif de fleurs, formé de 60 tulipes rouges et 15 tulipes jaunes
  - Un massif de 60 rangées de 15 tulipes
  - Un massif de 60 fleurs, formé de tulipes et de 15 jonquilles
  - 60 tulipes disposées en 15 massifs réguliers

# Comment réussit-on ces problèmes ?

## ▪ Un aparté sur les mots inducteurs

- On a deux classes, A et B. Dans la classe A, il y a 19 élèves, ce qui fait 7 élèves de moins que dans la classe B. Combien d'élèves a-t-on dans la classe B ?
- Aujourd'hui Marie a 20 marrons. Elle a 12 marrons de plus qu'hier. Combien en avait-elle hier ?

# Comment réussit-on ces problèmes ?

## ▪ Les châtaignes de Charles

© Association Rallye Mathématique Transalpin – Catégorie CM2 / 6<sup>ème</sup> / 5<sup>ème</sup>

**Charles a récolté 108 kg de châtaignes. Il les met dans trois paniers, un petit, un moyen, un grand.**

**Les châtaignes du panier moyen pèsent le double de celles du petit panier.**

**Les châtaignes du grand panier pèsent le double de celles du panier moyen.**

**Après avoir rempli ces trois paniers, il lui reste quelques kilogrammes de châtaignes, exactement la moitié du poids des châtaignes du grand panier.**

**Combien de kilogrammes de châtaignes Charles a-t-il mis dans chaque panier ?**

**Combien de kilogrammes lui reste-t-il ?**

# Qu'est-ce qu'un problème ?

Les devises Shadok



S'IL N'Y A PAS DE SOLUTION  
C'EST QU'IL N'Y A PAS DE PROBLÈME.



**Un problème est une situation qui demande à l'élève d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre un but**

- Il n'y a **problème** que si la **solution n'est pas disponible d'emblée**, mais possible à construire
- Un **problème** pour un élève donné, peut ne pas être un problème pour un autre élève...

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE

# Les problèmes dans les programmes du cycle 2

Une place centrale

académie  
Lyon

direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Rhône



# La résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves

- Les problèmes permettent :
  - De développer les capacités à raisonner et communiquer
  - D'aborder de nouvelles notions
  - De provoquer des questionnements
  - D'apprendre à chercher



# La résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves

- Les problèmes permettent :
  - De donner du sens, dès le CP, aux 4 opérations
  - D'accéder à l'abstraction par la manipulation et la modélisation

# La résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves

- Les problèmes, le plus souvent possible :
  - Ont un caractère ludique
  - Sont contextualisés
- Ils ne sont pas toujours de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations, mais nécessitent des recherches avec tâtonnements

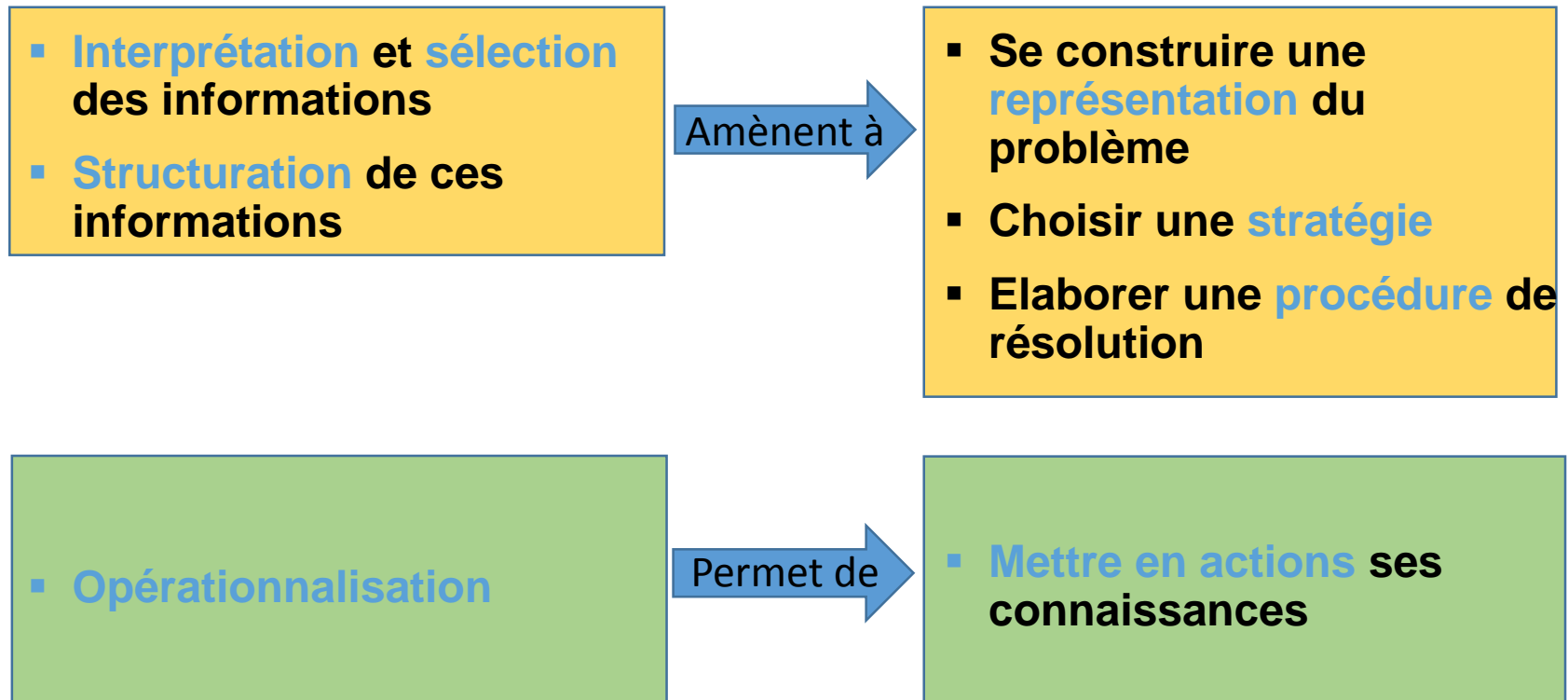
# Qu'est-ce que résoudre un problème ?

*Les devises Shadok*



EN ESSAYANT CONTINUUELLEMENT  
ON FINIT PAR RÉUSSIR. DONC:  
PLUS ÇA RATE, PLUS ON A  
DE CHANCES QUE ÇA MARCHE.

# Processus cognitifs à l'œuvre



# Processus cognitifs à l'œuvre

- Mais ces processus **ne sont pas linéaires** :
  - Ils sont **simultanés**
  - Ils **interagissent**
- La **difficulté**, pour l'élève, est donc de les gérer **en même temps**

# Chaque tâche à effectuer pour résoudre un problème constitue un obstacle possible

- Comprendre l'énoncé et organiser les données
- Choisir ou élaborer une procédure adaptée
- Exécuter la procédure choisie
- Contrôler un résultat et apprécier sa vraisemblance
- Communiquer et justifier sa démarche et ses résultats


# Résoudre un problème suppose donc :

- Des **connaissances** et des **compétences**
- Des **stratégies** disponibles
- Un **contrat didactique** clair : « *Il existe toujours différents modes de résolution* »

# Correction ou mise en commun ?

- **CORRECTION**

Aboutit au corrigé, à LA solution

**CONSÉQUENCE**  Il existe une « résolution » unique dont il faut s'approcher le plus possible

- **MISE EN COMMUN**

Inventorie les « résolutions »

Débat de leur validité ; les compare

**CONSÉQUENCE**  La diversité est possible





# Chercher : un mot à double sens

- Chercher parmi les solutions *expertes déjà éprouvées*
- Chercher une solution *originale, personnelle*
  - « Bricolage », tâtonnements, à la manière d'un chercheur

# Chercher : un mot à double sens

La représentation d'un problème que se construit un élève, oscille donc entre deux extrêmes

- Ce problème ressemble à un **problème connu**
  - Traitement s'appuyant sur la mémoire
- Ce problème **ne rappelle rien** à l'élève
  - Construction d'une stratégie nouvelle

**Reconnaître un problème est lié à la représentation, évolutive, que l'élève s'en fait et à sa mémoire des problèmes résolus (Julio 1995)**

# Une classification des problèmes

	MODÈLE DE RÉOLUTION DISPONIBLE			PROBLÈME INÉDIT	
TYPE DE PROBLÈMES	Problème d'application directe du sens des opérations	Problème complexe		Situation-Problème	Problèmes « non standards » - <i>BO 2015 : « Problèmes pour apprendre à chercher »</i>
OBJECTIF(S)	Approfondir, consolider ou contrôler des notions déjà abordées	Réinvestir plusieurs notions dans différents contextes	Planifier une solution	Découvrir des notions nouvelles	Prendre des initiatives, formuler des hypothèses et contrôler sa production, voire apprendre à la prouver
APPRENTISSAGE	Par résolution de problèmes	Par résolution de problèmes	<b>De la résolution de problèmes</b>	Par résolution de problèmes	<b>De la résolution de problèmes</b>

# Points de vigilance

Au regard des pratiques observées dans les classes et proposées par les manuels


**Il n'y a que dans un problème de maths qu'on peut acheter 63 pastèques sans qu'on vous demande ce qui ne va pas chez vous...**





## Des tâches à questionner

- **Souligner** les informations **utiles**
- **Barrer** les informations **inutiles**



Elles postulent une **aptitude générale à la résolution de problèmes**, indépendante des connaissances notionnelles



Elles ne peuvent être réalisées **sans résoudre le problème**  
Elles ne sont pas antérieures à la résolution mais en sont partie prenante



## Des tâches à questionner

- Trouver la **question**

**Trouve et écris la question qui convient puis résous le problème :**

Jeanne doit livrer 32 machines à laver. Elle en a déjà livré 18.

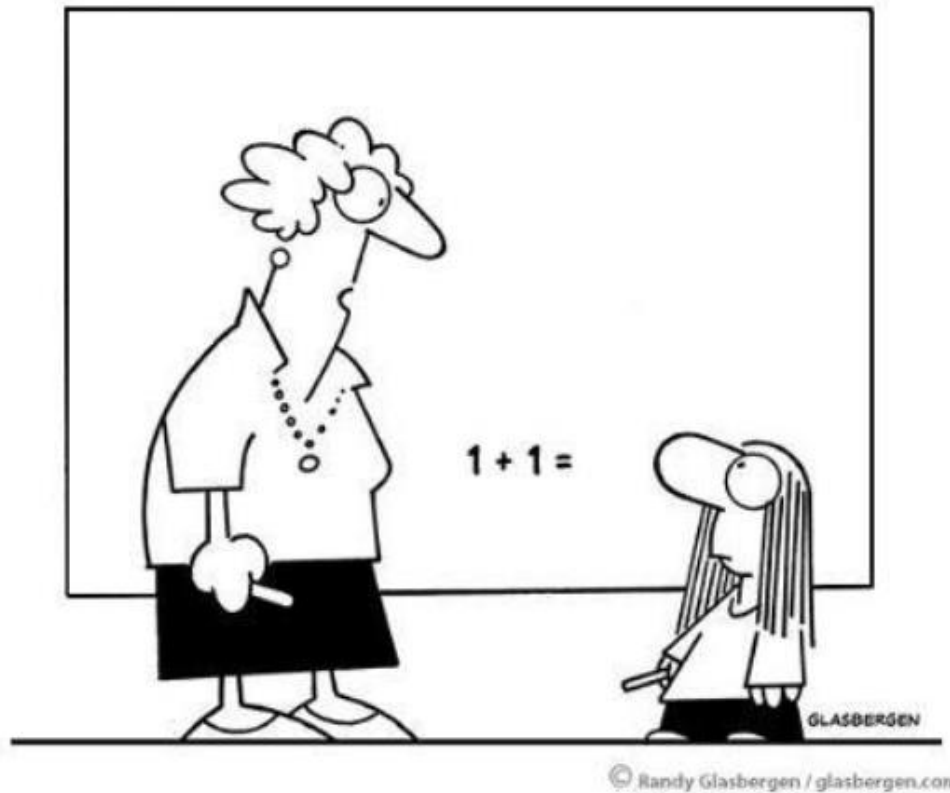


# **Un exemple de méthodologie trouvée dans des ressources pour la classe**

- 1. Je lis attentivement l'énoncé***
- 2. Je repère les données utiles en copiant « Ce que je sais et ce que je cherche »***
- 3. J'élimine les données inutiles***
- 4. Je me demande comment « Ce que je sais » va me permettre de trouver « Ce que je cherche »***
- 5. Je choisis la bonne opération***
- 6. J'effectue le(s) calcul(s)***
- 7. J'écris une phrase-réponse***

# Le choix des énoncés

- Se demander s'ils sont **raisonnables**



“Oui, cela te sera utile dans la vie.”





## **Le choix des énoncés**

- ***85 voitures sont garées dans un parking qui contient 108 places ; combien de voitures peuvent encore se garer ?***
  
- ***J'ai 38 € dans mon porte-monnaie ; il me manque 13 € pour pouvoir m'acheter une robe. Combien coûte la robe ?***

# Le choix des énoncés

- Il faut veiller à ce que :

➔ Les **valeurs numériques** appartiennent toutes au domaine des **nombre familiers** des élèves

➔ Les **contextes** de vie pratique sont **accessibles** à tous

➔ L'énoncé soit présenté de la manière dont il se rencontre **réellement**

# Le choix des énoncés

- Il faut veiller à ce que :

➔ Les énoncés relèvent des **quatre opérations**, et pas seulement de l'opération ciblée dans la programmation à cette période

➔ Les énoncés relatifs à cette opération ciblée renvoient à des **modèles divers** associés à cette opération (Nécessité d'une typologie...)

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE

# Constats et questionnements

Que nous apprennent les  
productions d'élèves ?

Obstacles et origines possibles

académie  
Lyon

direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Rhône





# Exemple 1

**On empile 18 briques identiques. On obtient alors une hauteur de 135 cm. Quelle est la hauteur d'une brique ?**

- **22 non réponses / 22 copies**  
CM2 - REP + / Septembre 2013

## Exemple 2

4 réponses communiquées / 22 copies

CM2 - REP + / Septembre 2013

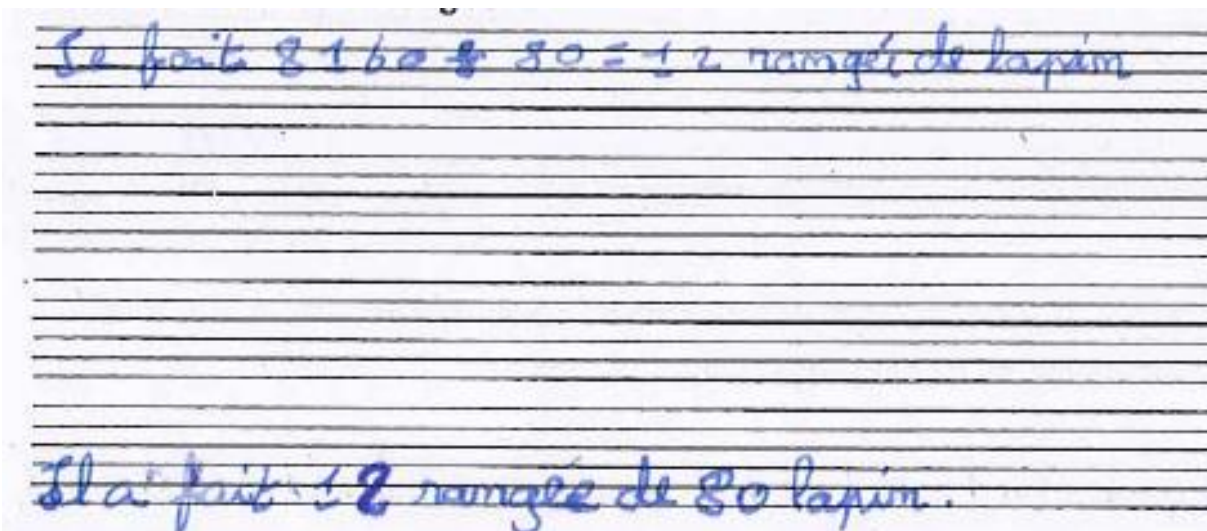
Un pépiniériste a planté des rangées de sapins. Chaque rangée contient 80 sapins. Il a planté au total 8 160 sapins.  
Combien a-t-il fait de rangées ?

Il a 2015 rangées. J'ai fait 80 fois et j'ai compté 2015 rangées.

## Exemple 2

4 réponses communiquées / 22 copies

CM2 - REP + / Septembre 2013



## Exemple 2

4 réponses communiquées / 22 copies

CM2 - REP + / Septembre 2013

Il a 8080 rangées de sapins. 8160

$$\begin{array}{r} 8160 \\ + 80 \\ \hline 8080 \end{array}$$



## De manière générale, les élèves...

- Manquent d'**autonomie**
- Communiquent **peu de réponses**
- Effectuent beaucoup de **calculs incohérents**
- Produisent des **résultats incorrects**
- Ressentent une grande **angoisse**, un **manque de confiance** en eux et un **découragement** rapide face aux obstacles



# Quelles solutions dans la pratique de classe ?

- Travailler sur les **représentations** des élèves
- Enrichir et structurer le **répertoire de stratégies et de procédures** de résolution et de moyen de contrôle
- Travailler en parallèle sur les **contenus** mathématiques, de lecture...



# Conséquences sur les enjeux de l'enseignement de problèmes

- Enrichir la **mémoire** des élèves sur les problèmes



Donner des **occasions** aux élèves de **résoudre** des problèmes et de **les réussir seuls**



Définir des **types de problèmes** dont on attend qu'ils soient résolus « automatiquement » par les élèves

- Permettre l'**invention de procédures**

# Quels problèmes mémoriser ?

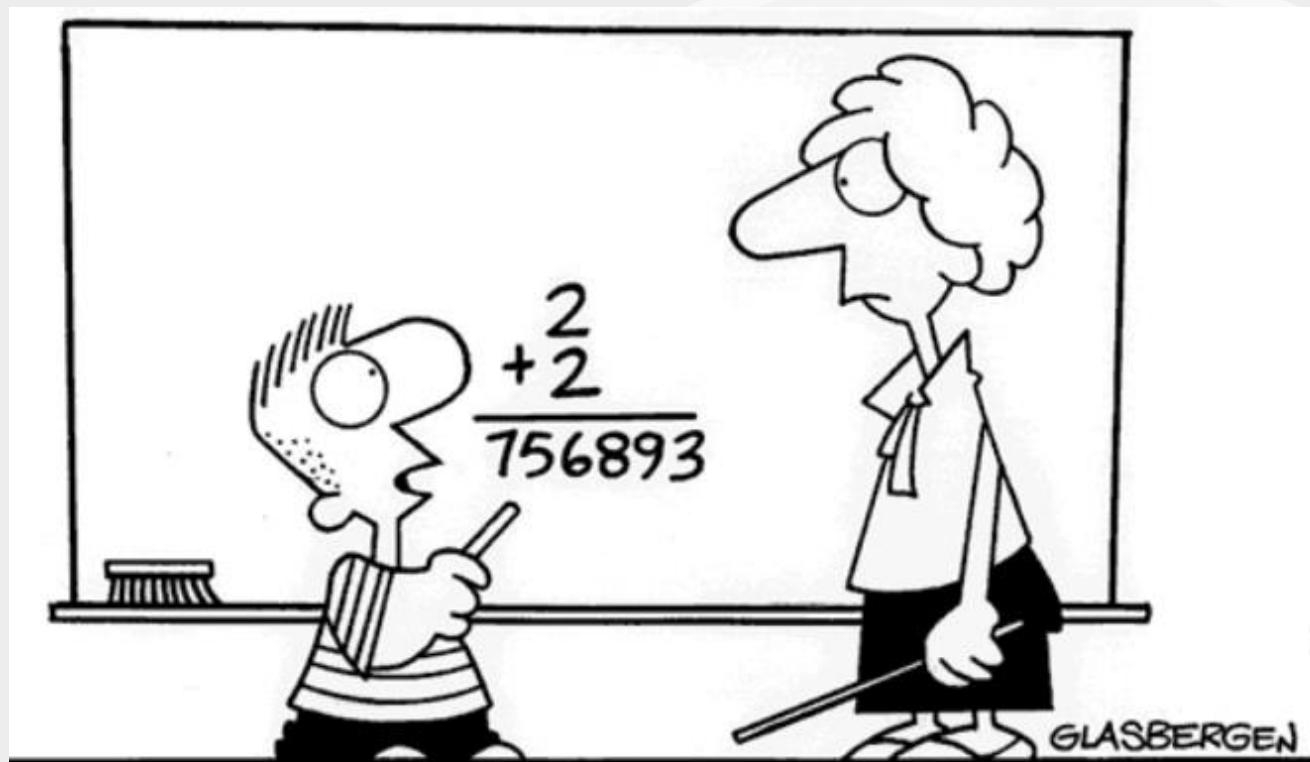
- Ceux qui sont les « éléments simples » des autres problèmes, relativement à un champ notionnel :

## LES PROBLÈMES BASIQUES

- ➔ Sans information superflue
- ➔ Avec une syntaxe simple
- ➔ Un contexte facile à comprendre

# Les problèmes basiques

## Rôle et utilisation



**"Dans ce monde de plus en plus complexe, parfois de vieilles questions exigent de nouvelles réponses"**

# Exemples de problèmes basiques multiplicatifs

- Une piste d'athlétisme mesure 400 m. Paul fait 5 tours de piste. Quelle distance a-t-il parcourue ? (CE2)
- Dans une salle, il y a 18 rangées de 25 fauteuils. Combien de personnes peuvent s'asseoir sur un fauteuil dans cette salle ? (CE2)
- Alice met douze minutes pour aller de chez elle à l'école, ce qui représente trois fois moins de temps que Ryan. Combien Ryan met-il de temps à aller à l'école ? (CM)



# Comment traiter les productions d'élèves ?

- **Les stratégies de résolution**

Mise en commun des productions pour rechercher :

- Des invariants inter-élèves
- Des régularités individuelles

- **Les résultats**

Inférences et contrôles

# Nature des inférences et contrôles

- Contrôle **pragmatique**

Comparaison avec la connaissance de la réalité évoquée, puis résultat accepté, rejeté ou questionné à nouveau

- Inférence et contrôle **sémantiques**

« Partager » c'est une division ; « fois » c'est multiplier...

- Inférence et contrôle **syntaxiques**

Conversion en écriture « à trou » (pré-algébrique), voire transformation en écriture « directe »





# Nature des inférences et contrôles

- Un **contrôle pragmatique** ou **sémantique n'est pas une certitude de bonne réponse**
- Les **inférences syntaxiques** sont à enseigner spécifiquement, mais aussi en décroché de la résolution de problèmes

# Les problèmes basiques dans les manuels

- Ils sont assez peu présents et, surtout, leur organisation n'est pas pensée...
- D'où la nécessité d'un outil théorique qui les organise



	PROPORTION DE RÉUSSITE		
	CP	CE1	CE2
<b>X a 3 billes. Y a 5 billes. Combien X et Y ont-ils de billes ensemble ? (5+3)</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>
<b>X avait des billes. Il en a donné 5 à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien avait-il de billes ? (5+3)</b>	<b>39</b>	<b>68</b>	<b>80</b>
<b>X avait 8 billes. Puis il a donné 3 billes à Y. Combien de billes a maintenant X ? (8-3)</b>	<b>99</b>	<b>100</b>	<b>100</b>
<b>X et Y ont ensemble 8 billes. X a 3 billes. Combien y a-t-il de billes ? (8-3)</b>	<b>38</b>	<b>70</b>	<b>100</b>

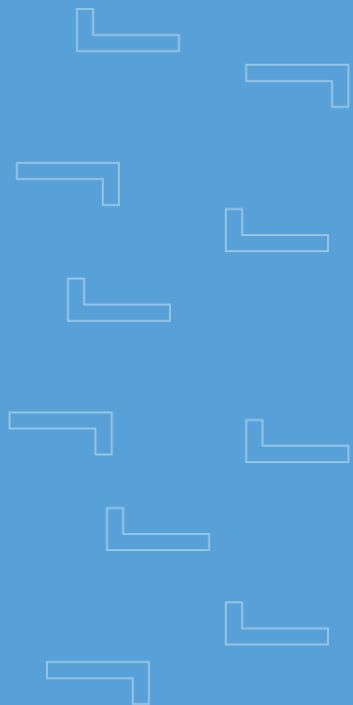


	PROPORTION DE RÉUSSITE		
	CP	CE1	CE2
<b>X a 3 billes. Y a 5 billes. Combien X et Y ont-ils de billes ensemble ? (5+3)</b>	100	100	100
<b>X avait des billes. Il en a donné 5 à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien avait-il de billes ? (5+3)</b>	39	68	80
<b>X avait 8 billes. Puis il a donné 3 billes à Y. Combien de billes a maintenant X ? (8-3)</b>	99	100	100
<b>X et Y ont ensemble 8 billes. X a 3 billes. Combien y a-t-il de billes ? (8-3)</b>	38	70	100



	PROPORTION DE RÉUSSITE		
	CP	CE1	CE2
<b>X a 3 billes. Y a 5 billes. Combien X et Y ont-ils de billes ensemble ? (5+3)</b>	100	100	100
<b>X avait des billes. Il en a donné 5 à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien avait-il de billes ? (5+3)</b>	39	68	80
<b>X avait 8 billes. Puis il a donné 3 billes à Y. Combien de billes a maintenant X ? (8-3)</b>	99	100	100
<b>X et Y ont ensemble 8 billes. X a 3 billes. Combien y a-t-il de billes ? (8-3)</b>	38	70	100

POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE



académie  
Lyon

direction des services  
départementaux  
de l'éducation nationale  
Rhône



# La typologie de Vergnaud

Un outil précieux

## Son intérêt :

- La connaissance des différents types par l'enseignant lui permet de **construire une programmation**
- Celle-ci permet aux élèves de faire des comparaisons et d'**identifier des classes de problèmes**
- Ces catégorisations et comparaisons contribuent à la **création du concept mathématique**
- Le processus d'identification de la catégorie par analogie permet l'**automatisation**
- L'automatisation permet de **libérer des ressources cognitives** qui seront dévolues à d'autres tâches

GÉRARD VERGNAUD DÉFINIT **LE CHAMP CONCEPTUEL DES STRUCTURES ADDITIVES** PAR L'ENSEMBLE DES SITUATIONS QUI PEUVENT ÊTRE RÉSOLUES PAR UNE ADDITION, UNE SOUSTRACTION OU UNE COMBINAISON DE TELLES OPÉRATIONS.

**IL REJETTE L'IDÉE QUE TOUT PROBLÈME POUVANT ÊTRE RÉSOLU PAR UNE ADDITION EST DU MÊME TYPE**

⇒ Il existe une série de problèmes additifs et soustractifs dont la structure change

⇒ Cela demande à l'élève des processus cognitifs spécifiques à mettre en œuvre

⇒ Il faut donc donner l'occasion d'apprendre à résoudre chaque problème en fonction de sa structure



CHAQUE STRUCTURE DÉFINIT UN « TYPE DE PROBLÈME »

IL EXISTE **16 TYPES DE PROBLÈMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS DIFFÉRENTS**

LES ÉLÉMENTS DONNÉS OU RECHERCHÉS PEUVENT ÊTRE, SELON LES SITUATIONS :

Des états (Contexte cardinal)

Des valeurs (Contexte de mesure)

Des positions sur une bande numérique (Contexte ordinal)

## **TYPOLOGIE DES PROBLEMES :**

**État initial / Transformation (positive ou négative) / Etat final**

**État initial / Comparaison (positive ou négative) / Etat final**

**Composition (combinaison) d'états**

**Composition de transformations**

Problèmes additifs et soustractifs.

Pas de variable temporelle.  
(Observation d'une situation)

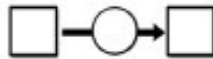
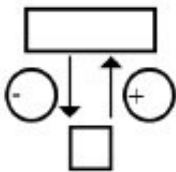
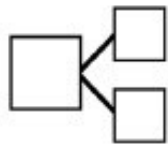
Variable temporelle.  
(Action dans une situation)

Composition

Comparaison

Transformation

Composition  
de  
Transformation



État initial / Transformation (positive ou négative) / Etat final

**CODAGE: ete**

- **Exemple de recherche de l'état final avec transformation positive:**

*Dans la boîte il y 97 jetons. J'en ajoute 25. Combien y a-t-il de jetons dans la boîte ?*

**Codage : et+E**

- **Exemple de recherche de l'état final avec transformation négative:**

*Dans la boîte il y 54 jetons. J'en enlève 17. Combien y a-t-il de jetons dans la boîte ?*

**Codage : et-E**

**Pourquoi un élève peut-il éprouver des difficultés à reproduire des résolutions de problèmes ?**

**La difficulté peut dépendre du contexte et du caractère verbal ou non de la situation (Michel Fayol)**

**=> Nécessité de situations concrètes et verbales en découverte**

**La signification des mots passe par une construction, le statut de concept n'est atteint qu'à la préadolescence (Vygotski)**

**=> Personne ne lit la même chose**

**La connaissance se place tout d'abord sur le plan de l'action puis sur le plan de l'évocation des actions et enfin sur le plan symbolique (Bruner)**

**La conscience des actions équivalentes (reculer, soustraire, surcompter...)  
permettent la création des concepts mathématiques (Brissiaud)**

**=> Il faut les mettre en parallèle explicitement**

## Comment construire les procédures génériques en tenant compte des niveaux d'expertises et de la rapidité de traitement ?

En distinguant différents niveaux/paliers de résolution qui seront élaborés au fur et à mesure, chaque élève pouvant se situer sur un niveau différent

1<sup>er</sup> niveau : Evocation par l'élève de la situation concrète

2<sup>ème</sup> niveau : Evocation par l'élève d'une mise en relation de la situation avec une situation référente

3<sup>ème</sup> niveau : Elaboration d'une procédure spontanée du type dessin

4<sup>ème</sup> niveau : Elaboration d'une procédure spontanée utilisant un calcul non expert

5<sup>ème</sup> niveau : Elaboration de la procédure générique (Calcul correspondant à la situation)

## Fiche outil pour résoudre un problème avec action

	Départ	Action	Fin
Dessin			
Schéma			
Calcul			
Autre recherche			
Conclusion (phrase réponse):			

## Fiche outil pour résoudre un problème sans action

Dessin	
Schéma	
Calcul	
Autre recherche	
Conclusion (phrase réponse):	



**TYPE DE PROBLÈME**  
**N° 14**

J'ai des jetons dans une boîte. J'en *ajoute* 14.  
Maintenant, j'en ai 26.  
**Combien y avait-il de jetons dans la boîte ?**

Le mot *ajoute* indique qu'il y a une addition. On représente cette action par une flèche. On recopie cette boîte du symbole mathématique +.

**PRÉSENTATION DE LA SITUATION**

Dessin



**RECHERCHE**

Schema

?

+



Calcul

?

+ 14

= 26

On peut proposer le calcul soustractif correspondant:  $26 - 14 = 12$

**COMMUNICATION DU RÉSULTAT**

Conclusion  
(phrase réponse)

Dans ma boîte, il y avait 12 jetons.



**POUR L'ÉCOLE  
DE LA CONFIANCE**